

WINTER
& ASSOCIÉS



Mortalité, longévité, pandémie : Choix des hypothèses dans le cadre du pilier 1

Version 1.0

Septembre 2012

Frédéric PLANCHET
fplanchet@winter-associes.fr

Le calcul des provisions dans Solvabilité 2 est effectué dans le cadre de la « meilleure estimation possible » (CEIOPS [2010]).

La Directive Solvabilité 2 (art. 77) et l'EIOPA (cf. CP n°26 et TS.V.2.2 des spécifications techniques du QIS5) retiennent comme définition du *best estimate* :

« La moyenne pondérée en fonction de leur probabilité des futurs flux de trésorerie compte tenu de la valeur temporelle de l'argent, laquelle est estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinente. »

Cela qui implique la prise en compte de l'expérience du portefeuille dans la détermination des hypothèses.

La construction d'hypothèses de provisionnement *best estimate* est donc un sujet majeur de la constitution d'un dispositif de calcul de provisions techniques dans le cadre de Solvabilité 2.

Pour des hypothèses telles que la survie, il s'agit donc de construire des lois d'expérience à partir de données issues du portefeuille et, le cas échéant, de références externes (pour le risque longévité notamment).

Ces travaux s'appuient sur le cadre général des modèles de durée (*cf.* Planchet et Thérond [2011]).

Une table d'expérience est à l'intersection d'un phénomène statistique (par exemple le décès) sur un groupe donné et des distorsions induites par les termes du contrat et sa gestion par rapport à l'appréciation directe du phénomène.

Cette observation conduit tout naturellement à définir des tables d'expérience pour des contrats ou des familles de contrats bien définis, et non nécessairement au niveau d'un portefeuille tout entier.

Qu'est-ce qu'une loi d'expérience ?

Il s'agit de comptabiliser l'occurrence d'un événement (décès, survenance d'un arrêt de travail, reprise d'activité, etc.) dans une population donnée, en fonction de variables explicatives, telle que l'âge, le niveau de la couverture, le sexe, etc. En pratique, l'obtention d'une table fiable est un exercice délicat, qui met en jeu :

- des aspects « biométriques » associés au comportement de la population sous risque qui sont associés à la partie du risque indépendante du comportement de l'assuré et de son niveau de couverture ;
- les limitations et contraintes d'observation (franchises, résiliations, limitations dans la qualité des données disponibles) ;
- l'impact des couvertures sur le risque (sélection médicale, niveau et étendue des garanties).

SOMMAIRE

Mortalité, longévité,
pandémie
Choix des hypothèses

1. Meilleure estimation ?
2. Quels risques ?
3. Les travaux de place

1. Meilleure estimation ?

La « meilleure estimation » signifie en pratique que l'on doit calculer l'espérance de la somme des flux futurs actualisés.

On doit remarquer que le fait, pour une hypothèse potentiellement soumise à une incertitude comme une table de mortalité, le caractère *best estimate* de l'hypothèse dépend du contexte dans lequel elle est utilisée.

En effet, pour un risque en cas de décès, il s'agit d'estimer sans biais des taux de décès alors que pour provisionner des rentes ce sont des espérances de survie qu'il faut estimer sans biais.

La transformation de l'une à l'autre n'étant pas linéaire, il n'est pas possible de réaliser ces deux contraintes en même temps.

1. Meilleure estimation ?

Un exemple

Si les taux de décès sont issus d'un modèle de type Lee-Carter dans lequel on prend en compte l'incertitude sur le tendance d'évolution, on a (cf. Juillard et Planchet [2006]) :

$$\mu_{xt}^* = \mathbf{exp}\left(\alpha_x + \beta_x k_t^*\right)$$

et donc

$$E\left(\mu_{xt}^*\right) = E\left(\mathbf{exp}\left(\alpha_x + \beta_x k_t^*\right)\right) = \mathbf{exp}\left(\alpha_x + \beta_x k_t + \frac{\beta_x^2 \sigma_t^2}{2}\right) > \mu_{xt}$$

Question : faut-il corriger les taux du biais ainsi mis en évidence ?

$$\mu_{xt}^* = \mathbf{exp}\left(\alpha_x - \frac{\beta_x^2 \sigma_t^2}{2} + \beta_x k_t^*\right)$$

1. Meilleure estimation ?

Cas général

Dans le cas général, la loi de mortalité construite est de la forme

$$T = T(\hat{\theta})$$

le paramètre inconnu θ étant remplacé par un estimateur. Le processus d'estimation, ainsi que les choix en termes de modèle, introduisent des biais.

Par exemple si la transformation logistique est utilisée, un biais de sous-estimation des taux de décès est introduit dans le modèle (dans la zone où les taux de décès sont inférieurs à $\frac{1}{2}$) :

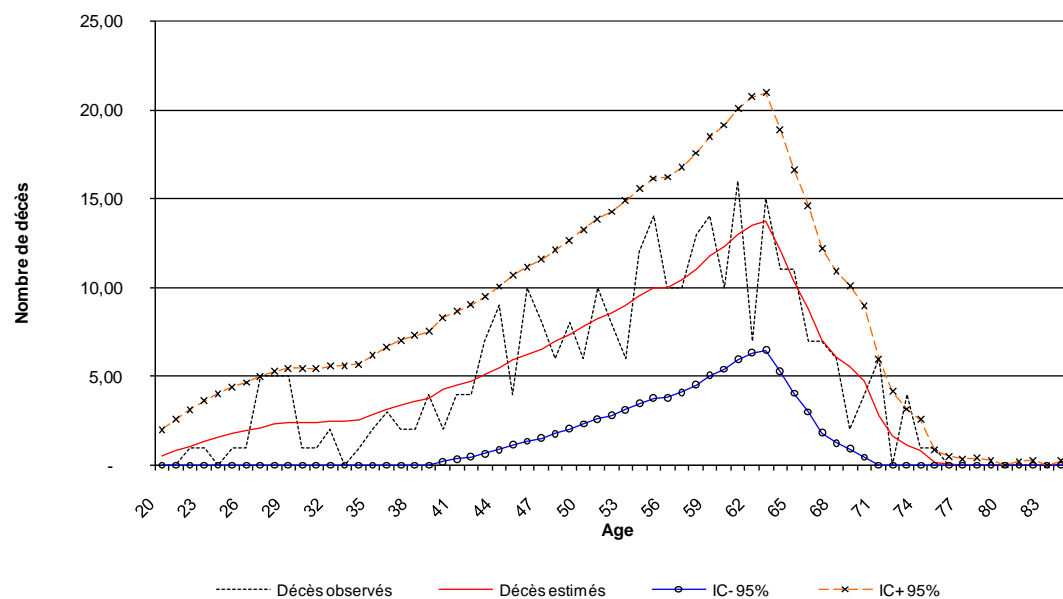
$$E \left[\ln \left(\frac{\hat{q}_x}{1 - \hat{q}_x} \right) \right] \leq \ln \left(\frac{E(\hat{q}_x)}{1 - E(\hat{q}_x)} \right) = \ln \left(\frac{q_x}{1 - q_x} \right)$$

si le taux brut est estimé sans biais.

1. Meilleure estimation ?

Choix de l'ajustement à retenir

On cherche à estimer la probabilité de décès sur une population féminine d'environ 400 000 contrats en ADE :



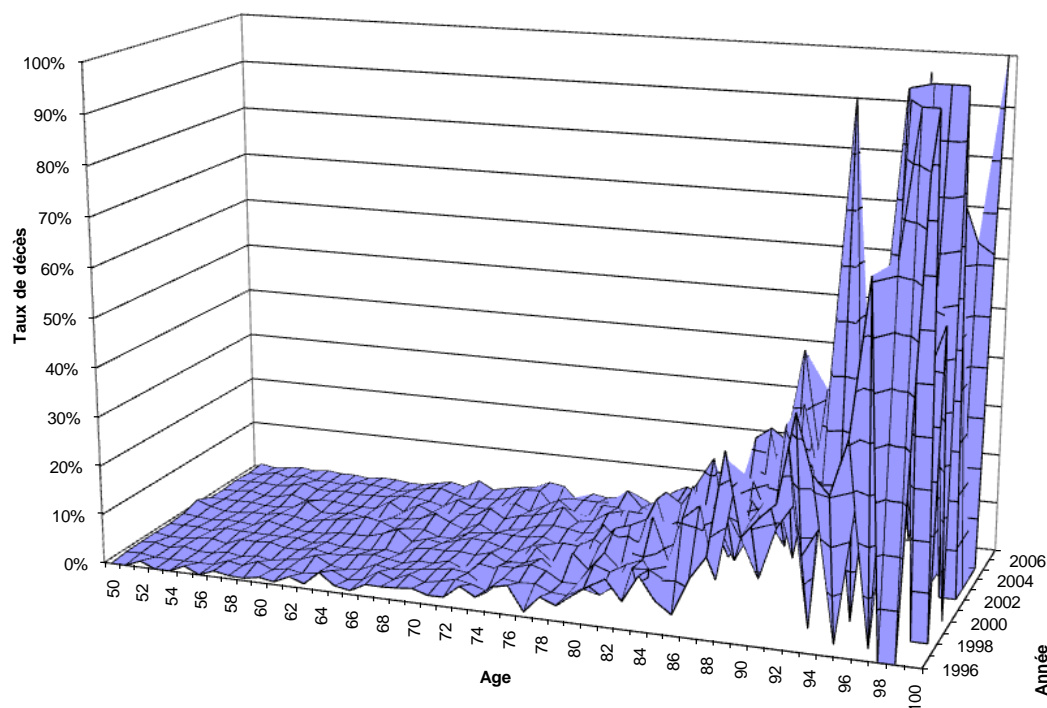
La prédiction des décès est effectuée à 10% près (au niveau de confiance de 95%). Quel ajustement retenir ?

1. Meilleure estimation ?



Choix de l'ajustement à retenir

On dispose de données relatives à un régime de retraite de 1996 à 2007 avec une exposition au risque concentrée sur la plage d'âge 50-100 ans. L'exposition annuelle globale est d'environ 20 000 années avec un sex-ratio de 40 %.



1. Meilleure estimation ?

Choix de l'ajustement à retenir

Aussi, il a été décidé de s'appuyer sur une référence externe et de construire les tables d'expérience H/F en positionnant la mortalité d'expérience par rapport à cette référence. Les tables réglementaires françaises TGH/F 05 ont été choisies comme référence, compte tenu du fait qu'elles décrivent la survie des rentiers de portefeuilles d'assureurs (cf. Planchet [2006]). L'ajustement est effectué sur les tables du moment reconstituées de 1996 à 2007. Le modèle utilisé repose sur :

$$\ln\left(\frac{\hat{q}_{xt}}{1-\hat{q}_{xt}}\right) = a \times \ln\left(\frac{q_{xt}^{réf}}{1-q_{xt}^{réf}}\right) + b + \varepsilon_{xt}$$

où l'on minimise

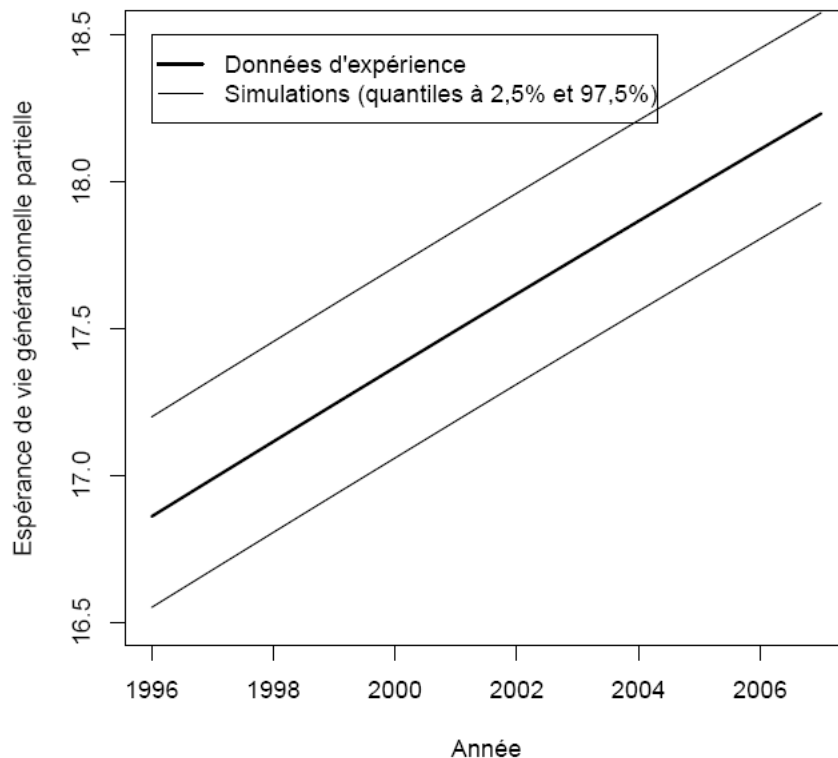
$$D = \sum_{x,t} R_{xt} (\hat{q}_{xt} - q_{xt})^2$$

1. Meilleure estimation ?

Choix de l'ajustement à retenir

On a typiquement

(cf. Kamega et Planchet [2012])



Esp, de vie gén, partielle (pour t=1996)	Données d'expérience (1)	Simulations à partir des données d'expérience			
		Quantile à 2,5% (2)	Ecart relatif (2)/(1)-1	Quantile à 97,5% (3)	Ecart relatif (3)/(1)-1
Age: 50 / Age fin: 90	32,7	32,2	-1,6%	33,3	1,7%
Age: 60 / Age fin: 90	22,7	22,3	-1,7%	23,1	1,9%
Age: 67 / Age fin: 90	16,1	15,8	-1,7%	16,4	1,9%
Age: 70 / Age fin: 90	13,5	13,2	-1,7%	13,7	1,8%
Age: 50 / Age fin: 95	33,9	33,3	-1,7%	34,5	1,9%
Age: 60 / Age fin: 95	23,6	23,2	-1,8%	24,0	2,0%
Age: 67 / Age fin: 95	16,9	16,5	-1,8%	17,2	2,0%
Age: 70 / Age fin: 95	14,2	13,9	-1,9%	14,5	2,0%

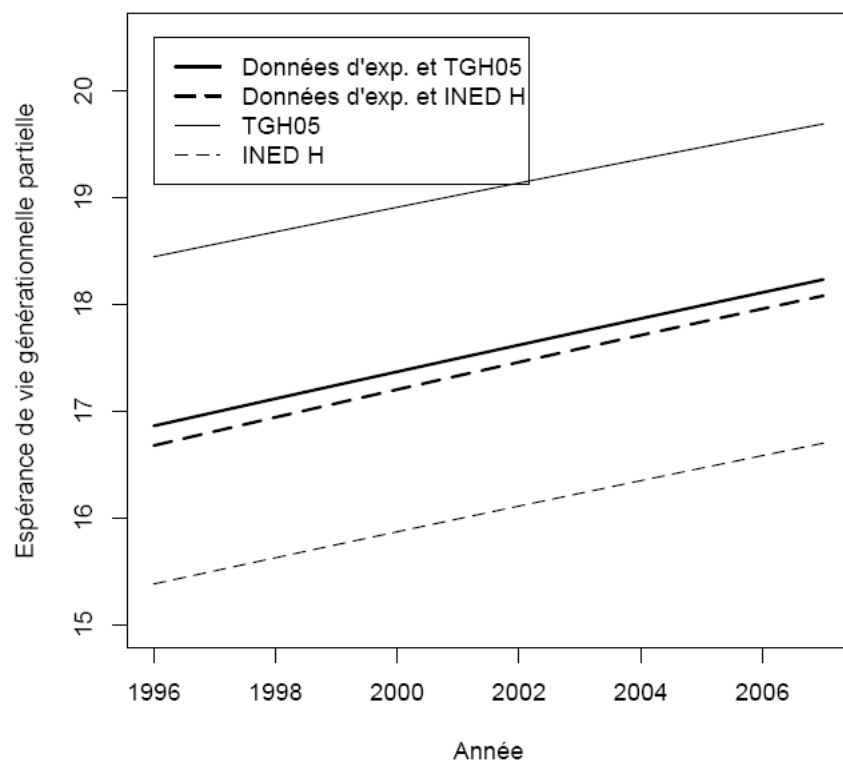
Sur les EV partielles, on note des écarts d'environ 2 % relativement stables en fonction des âges de référence retenus.

L'écart sur la provision *best estimate* des engagements du régime est du même ordre (écart de 1,5 %, donc plus faible compte tenu de l'effet actualisation).

1. Meilleure estimation ?

Choix de l'ajustement à retenir

A cela s'ajoute l'impact du choix de la référence utilisée pour construire la table. est d'environ 1% de l'EV partielle, soit la moitié du risque d'estimation au titre des fluctuations d'échantillonnage.



Esp. de vie gén. partielle (pour t=1996) Age: 67 / Age fin: 95		Ecart relatif avec (1)
Données d'expérience / Positionnement table population assurée (TGH05) (1)	16,9	0,0%
Quantile à 2,5% (simulations et positionnement TGH05)	16,5	-1,8%
Quantile à 97,5% (simulations et positionnement TGH05)	17,2	2,0%
Données d'expérience / Positionnement table population générale (INED H)	16,7	-1,1%
Table population assurée (TGH05)	18,4	9,4%
Table population générale (INED H)	15,4	-8,8%

L'effet est d'environ 1% de l'EV partielle, soit la moitié du risque d'estimation.

1. Meilleure estimation ?

Les sources d'incertitude en résumé...

L'utilisation de lois d'expérience doit prendre en compte les sources d'incertitude suivantes :

- estimation : les lois d'expérience sont des approximations des « vraies lois » sous-jacentes ;
- échantillonnage : la charge sinistre est distribuée normalement autour de son espérance ;
- modèle : le modèle retenu constitue une approximation plus ou moins grossière de la réalité et est donc faux.

Le risque d'échantillonnage diminue avec la taille du groupe, on peut donc considérer en première approche que les risques d'estimation et de modèle sont les plus importants, à condition que le groupe soit assez grand.

1. Meilleure estimation ?

La question de l'hétérogénéité

Un portefeuille est en général composé de sous-groupe ayant vis-à-vis de la mortalité des comportements différenciés (on peut noter l'influence du sexe, de la CSP, *etc.*).

On doit donc se demander si l'hétérogénéité doit être prise en compte et, si oui, à quel niveau ?

Dans un cadre général la question est abordée ici :

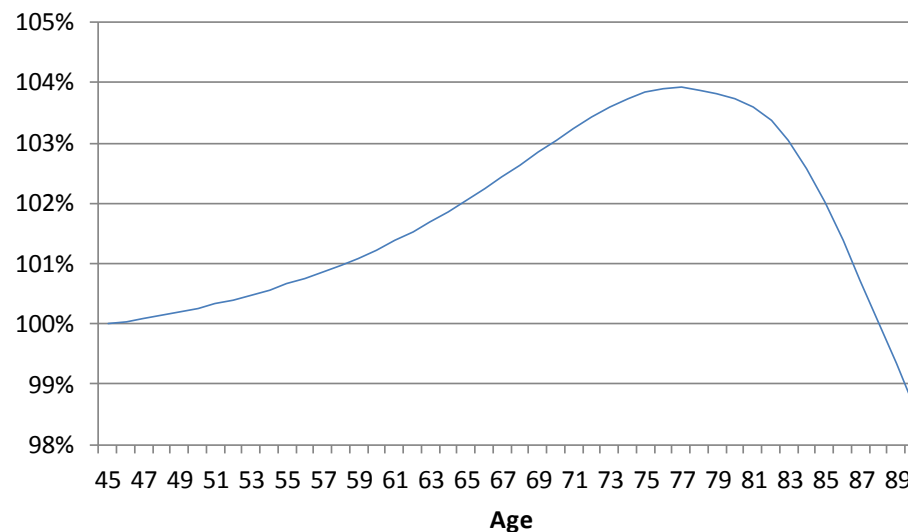
[http://www.ressources-actuarielles.net/C1256F13006585B2/0/39B54166464089AFC12572B0003D88C2/\\$FILE/3403-02.pdf?OpenElement](http://www.ressources-actuarielles.net/C1256F13006585B2/0/39B54166464089AFC12572B0003D88C2/$FILE/3403-02.pdf?OpenElement)

Dans le contexte particulier du calcul d'un *best estimate*, on peut illustrer la problématique par l'exemple suivant.

1. Meilleure estimation ?

La question de l'hétérogénéité

On considère une cohorte d'âge 45 ans composée à parts égales d'hommes et de femmes dont la mortalité est supposée décrite par les TH/F 00-02. On compare les prédictions du nombre de décès effectuées par les tables par sexe et par la table unisexe calibrée à l'origine. En prenant comme référence la prédiction par sexe on obtient le profil suivant :



Le caractère *best estimate* d'une hypothèse est instable...

SOMMAIRE

Mortalité, longévité,
pandémie
Choix des hypothèses

1. Meilleure estimation ?
2. Quels risques modéliser ?
3. Les travaux de place

2. Quels risques modéliser ?

En termes de mortalité on est amené à considérer trois éléments principaux :

- le niveau de base de la mortalité du moment ;
- l'évolution à venir de ce niveau (approche prospective) ;
- le risque de situations exceptionnelles conduisant à des niveaux de mortalité très élevés (catastrophe).

Quelques éléments sont fournis *infra* sur ces 3 sujets.

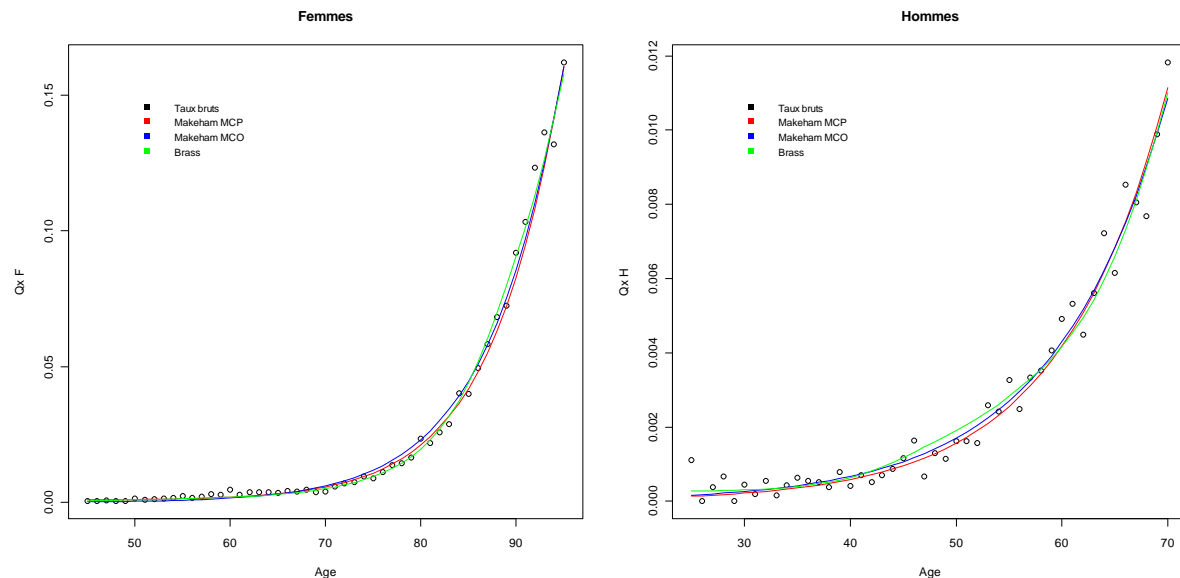
2. Quels risques modéliser ?

Les tables de mortalité du moment

La construction d'une table du moment est un exercice relativement classique pour lequel existe de nombreux outils et de nombreuses références.

Le modèle de Makeham (1850) reste un standard qui, sur les plages d'âges usuelles pour les situations d'assurance, fournit une base de travail robuste.

En pratique le principal risque associé à la construction est un risque d'estimation



2. Quels risques modéliser ?

Les tables de mortalité prospectives (longévité)

La construction de tables prospectives est un exercice beaucoup plus délicat.

En effet, les « points d'accroche » pour justifier de la tendance d'évolution des taux de mortalité sont peu nombreux et, dans une certaine mesure, arbitraires.

Au risque d'estimation vient s'ajouter un important risque de modèle.

On peut toutefois noter qu'en pratique il est rare que l'on dispose d'un historique suffisant pour inférer directement la tendance à partir des données et qu'il est nécessaire de recourir à un positionnement par rapport à une référence externe. Cela fournit au passage un élément de justification de la tendance obtenue.

Quelques références :

<http://www.ressources-actuarielles.net/C1256F13006585B2/0/DDBC4A0E1152DB76C125780600326D1D>

2. Quels risques modéliser ?

Le risque catastrophique (SCR uniquement)

Le QIS 5 fait explicitement référence à une étude de Swiss Re (*cf.* Swiss Re [2007]) qui conduit au taux de 0,15 %.

Le risque catastrophe s'appuie sur des modélisations complexes ; elles concluent que le taux de surmortalité est inscrit dans une fourchette de 0,15 % à 0,60 % (*cf.* Guette [2010]).

Le risque de modèle est ici très important et la justification du niveau de surmortalité obtenu délicate. Ce sujet est traité dans Planchet [2012].

Le régulateur a par ailleurs retenu l'hypothèse basse.

Question : chercher à recalibrer le taux de 0,15 % a-t-il un sens ?

SOMMAIRE

Mortalité, longévité,
pandémie
Choix des hypothèses

1. Meilleure estimation ?
2. Quels risques ?
3. Les travaux de place

2. Les travaux de place

Le cadre de travail

L'Institut des Actuaire a lancé début 2012 un groupe de travail présidé par G. Leroy qui a pour tâche de construire des références de mortalité *best estimate* de place.

Il s'agit donc de fournir à la place :

- un jeu de table de référence H/F ;
- un mécanisme d'ajustement pour recalibrer les tables précédentes sur la mortalité effective du portefeuille.

Ces travaux s'inscrivent dans le prolongement des travaux effectués en 2006.

15 organismes ont fourni des données, sur une période d'environ 10 ans, pour un volume d'environ 8×10^6 individus observés.

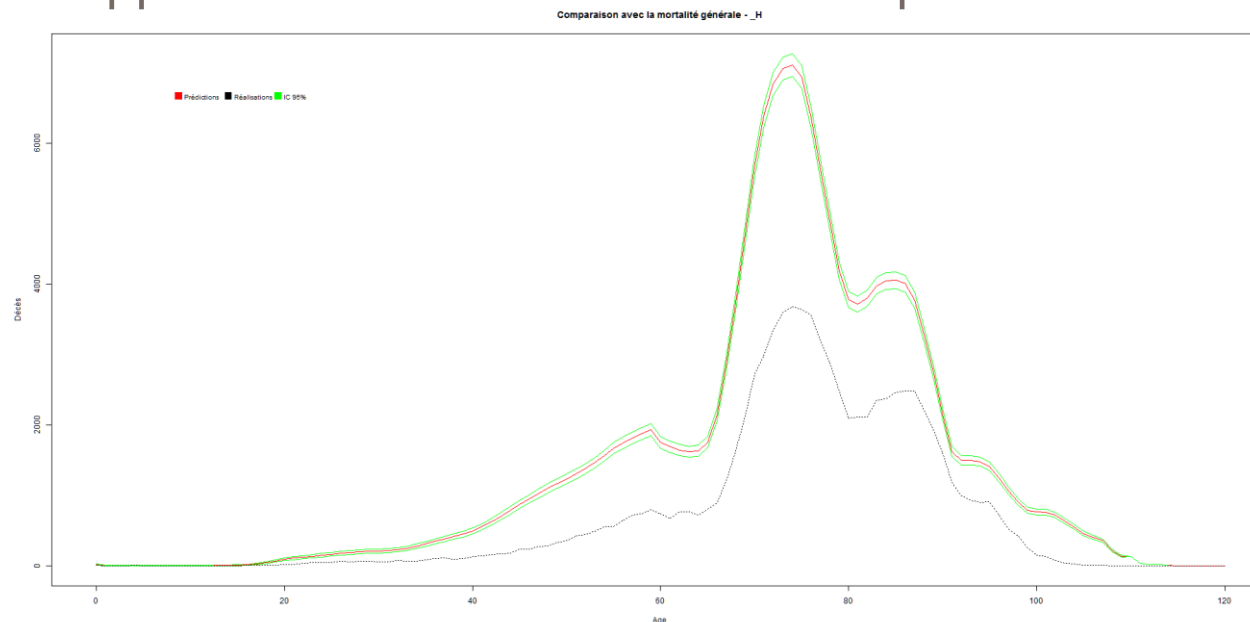
La livraison des résultats est prévue au printemps 2013.

2. Les travaux de place

Premiers constats

Les premières analyses de données transmises permettent de constater :

- un abattement par rapport à la population générale de l'ordre de 50% pour la population assurée ;
- une hétérogénéité significative d'un portefeuille à l'autre avec des abattements par rapport à la mortalité de base de la place de +/- 40%.



2. Les travaux de place

Les enjeux techniques

Les points techniques délicats se situent à deux niveaux :

- élaborer un mécanisme de positionnement aussi simple que possible par rapport aux références H/F globales ;
- intégrer si possible une dimension prospective pour disposer de table rapprochées de la vision prudente fournie par les TGH/F 05.

Ces travaux sont en cours.

L'incertitude sur la loi de mortalité a des conséquences potentielles non négligeable sur le niveau des provisions.

La construction de lois d'expérience avec une estimation de l'incertitude qui leur est attachée est donc indispensable à une évaluation rigoureuse des engagements.

La maîtrise de ces lois permet par ailleurs d'envisager la mise en place d'un modèle interne partiel pour le risque de souscription.

En effet, dès lors que l'on est capable de modéliser cette incertitude, le cadre général décrit dans Guibert et al. [2010] permet de juger de l'adéquation du choc standard avec les risques effectivement supportés en fonction de la structure du portefeuille.

On est en particulier à même de construire un modèle stochastique prenant en compte la contrainte d'évaluation de l'incertitude à un an et l'effet de la marge pour risque.

Références bibliographiques

CEIOPS [2010] [Technical specifications for QIS 5](#)

GUETTE V. [2010] « [Détermination d'un taux de surmortalité pour une catastrophe de période de retour de 200 ans](#) », Bulletin Français d'Actuariat, vol. 10, n°19, pp 111-147.

GUIBERT Q., JUILLARD M., PLANCHET F. [2010] « [Un cadre de référence pour un modèle interne partiel en assurance de personnes](#) », *Bulletin Français d'Actuariat*, vol. 10, n°20.

JUILLARD M. , PLANCHET F. [2006] « [Mesure de l'incertitude tendancielle sur la mortalité – application à un régime de rentes](#) », Assurances et gestion des risques, Vol. 75 (3).

KAMEGA A., PLANCHET F. [2012] [Actuariat et assurance vie en Afrique subsaharienne francophone - Outils d'analyse de la mortalité](#), Paris : Seddita.

PLANCHET F. [2012] « [Modélisation du risque de pandémie dans Solvabilité 2](#) », Les cahiers de recherche de l'ISFA, n°2012.7.

PLANCHET F., THÉRON P.E. [2011] [Modélisation statistique des phénomènes de durée – Applications actuarielles](#), Paris : Economica.

PLANCHET F., LEROY G. [2009] « [Modèles de gestion des risques en assurance : quel niveau de segmentation pertinent ?](#) », la Tribune de l'Assurance (rubrique « le mot de l'actuaire »), n°142 du 01/12/2009.

PLANCHET F. [2009] « [Provisionnement best estimate et risque arrêt de travail.](#) », la Tribune de l'Assurance (rubrique « le mot de l'actuaire »), n°140 du 01/10/2009.

R Development Core Team [2011] R: A Language and Environment for Statistical Computing, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.
URL: <http://www.R-project.org>.

SWISS RE. [2007] « Pandemic influenza: A 21st century model for mortality shocks. » Technical publishing, life and health.

Frédéric PLANCHET

fplanchet@winter-associes.fr

WINTER & Associés

43-46 avenue de la Grande Armée
F - 75116 Paris
+33-1-45-72-63-00

ISFA

50 avenue Tony Garnier
F - 69007 Lyon
+33-4-37-38-74-37

<http://www.winter-associes.fr>
<http://www.ressources-actuarielles.net>
<http://blog.ressources-actuarielles.net>