

La construction des courbes de taux sans risque : une convention stochastique

Christian Walter

Actuaire agrégé

Professeur associé à l'IAE de l'université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Directeur de la Chaire Ethique et finance de l'Institut Catholique de Paris
Membre titulaire de l'unité de recherche Philosophies contemporaines (EA 3562)

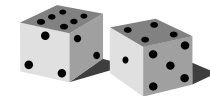
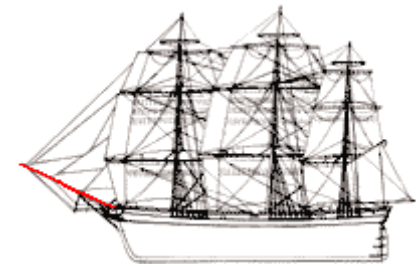
Présentation à la journée d'étude de l'Institut des actuaires et du SACEI
21 septembre 2012

Où trouve-t-on des martingales ?



Deauville : équitation, voile, jeux... et actuariat

- **Equitation. Lieu : hippodrome**
 - Courroie qui tient par une extrémité à la sangle, sous le ventre du cheval, et par l'autre, à la muserolle ou aux rênes, pour empêcher que l'animal ne lève exagérément ou secoue la tête.
- **Voile. Lieu : océan**
 - Cordage servant de sous-barbe au bout-dehors de foc
- **Jeux. Lieu : casino**
 - Manière de ponter (jouer contre la banque) tendant à ramener, en un ou plusieurs coups, et par une augmentation progressive, le montant de sa perte plus un certain bénéfice
- **Mathématiques. Lieu : Villa Le cercle**
 - Processus aléatoire tel que X_t est presque sûrement la meilleure prévision de X_{t+1} dans les conditions de calcul (Ω, A, F, P) qui sont à construire



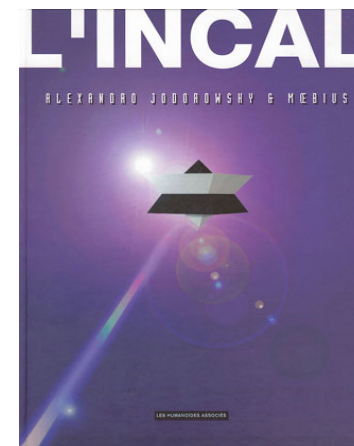
L'île de Laputa et les autorités épistémiques



Ch. Walter, « Finance, maths et humanités », *Le Monde*, sept 2009.

- **De Gulliver à l'Incal Noir**

- Des savants régulateurs (les autorités épistémiques de Bruxelles) se retrouvent entre eux à l'abri des contingences matérielles pour forger un monde nouveau
- Les révoltes sociales (« la voix des professionnels, des citoyens » ?) sont matées par la descente de l'île flottante
- Dans la bande dessinée de Moebius, « L'incal noir » est la connaissance absolue



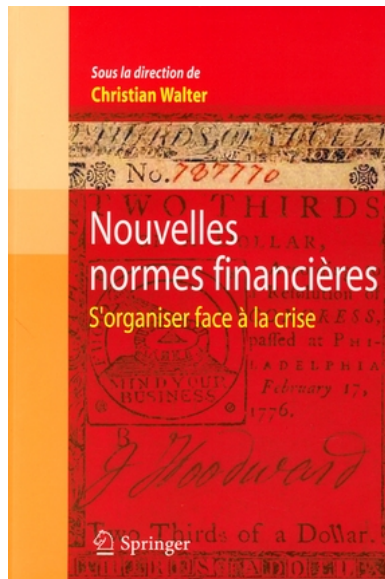
Origine des travaux

- **Fondation Maison des sciences de l'homme (FMSH)**
 - Programme de recherche « Histoire et épistémologie de la finance » créé en 1996, avec Eric Brian (EHESS) et Jean-Yves Grenier (EHESS)
- **Groupe SMABTP**
 - Programme de travail scientifique depuis 2004 sur les modèles de risque et de portefeuille
 - Mieux prendre en compte les préoccupations concrètes des institutionnels confrontés à une théorie financière peu adaptée à leurs pratiques professionnelles
 - Les opérations de calcul dorénavant imposées aux professionnels n'ont pas vocation à rendre raison de leurs pratiques, au contraire : elles sont imposées contre leurs pratiques
 - Les professionnels qui ne les appliqueraient pas seraient déniés dans leur compétence, non seulement professionnelle, mais culturelle
 - Journées d'études SMABTP : 2009, 2011, 2013 sur les normes financières et la régulation
- **Chaire « Ethique et finance » de l'Institut Catholique de Paris**
 - Axe de travail depuis 2010 sur les standards épistémologiques des régulateurs
 - Responsabilité sociale des régulateurs
 - Impact des représentations sur les normes financières
 - Impact des normes financières sur l'organisation des marchés
- *Présentations de ces travaux :*
 - Parlement européen, commission européenne, ACP, ANC, Trésor
 - FFSA, ROAM

Publications récentes

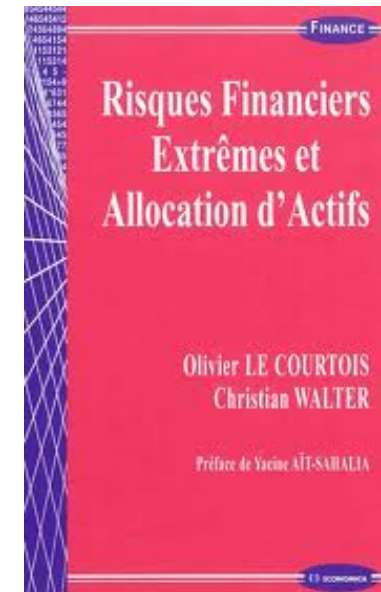
FACE A L' INCERTITUDE...

Versant épistémologique et sociologique



*Nouvelles normes financières.
S'organiser face à la crise*
Springer, 2010

Versant scientifique et actuariel



*Risques financiers extrêmes et
allocation d'actifs*
Economica, 2012

1) Quitter le positivisme actuariel



- **Encastrement des pratiques**
 - Les activités financières sont encadrées, non dans la société réelle, mais dans la théorie financière
- **Performativité des théories**
 - Les théories financières sont activement engagées dans la « réalité » qu'elles croient « décrire ».
- **Scientificité**
 - Adopter une manière moderne de penser les modèles



- **Régulation financière et épistémologie**
 - Clarifier la relation entre morphologie de l'incertitude et forme des réponses apportées par les acteurs financiers
 - Ne pas croire que la transparence peut résorber l'incertitude
 - Ne pas croire que l'information peut réduire la transparence
 - Information plus dense mais l'incertitude ne disparaît pas
 - Confusion épistémologique entre incertitude et erreur

2) Quitter le scepticisme non actuariel

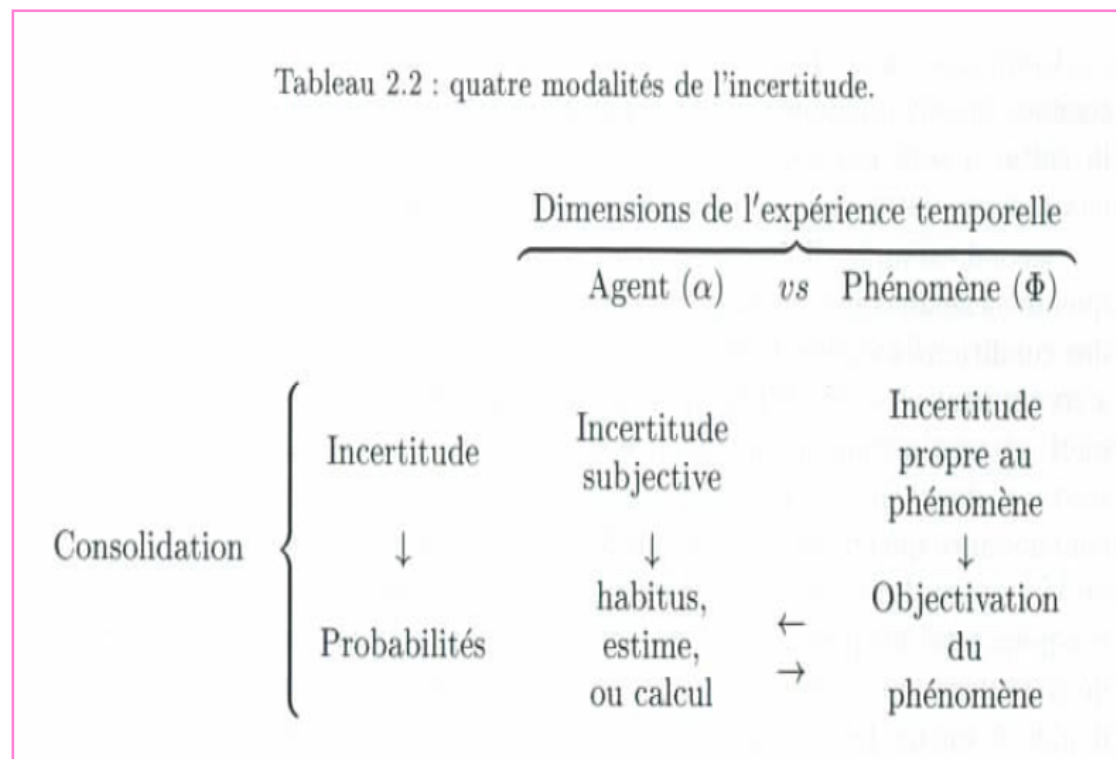


- Alan Greenspan :
 - « nous ne pourrons jamais **anticiper toutes les discontinuités** des marchés financiers »
 - « la gestion du risque finira toujours par échouer »
 - Problème repéré : la morphologie de l'incertitude empirique
- Philosophie implicite de cette position :
 - Vision des marchés dualiste (clivée) : on oppose normal à excessif
 - Sceptique : le **cygne noir** (Nassim Taleb) déjouera toujours tout. C'est la **figure de notre ignorance**...
 - Vision stoïcienne : l'indicible des marchés
- Dépasser le scepticisme :
 - Position philosophique ancienne :
 - Hume (1711 – 1776), d'Alembert (1717 – 1783)
 - C'est pour y répondre que Condorcet et Laplace ont élaboré une théorie du calcul des probabilités
 - Le rôle des actuaires s'inscrit dans cette tradition
 - Pas de cygne noir chez les actuaires !...



3) Poser un cadre épistémologique adéquat

- Associer adéquatement les **attentes subjectives** et les **chances objectives** : cadre épistémologique stochastique
- Distinguer **quatre modalités de l'incertitude**



–**Incertain subjective** : les attentes des agents devant le phénomène

–**Probabilité subjective** : attentes des agents exprimées dans le marché arbitré (évaluation « *market consistent* ») avec Q

–**Incertain du phénomène** : pour l'école américaine, l'incertain se réduit par un calcul probabiliste avec un hasard bénin

–**Probabilité du phénomène** : morphologie de l'incertain (scénario « *real world* ») avec probabilité du phénomène P

Source : Eric Brian, *Comment tremble la main invisible. Incertain et marchés*, Springer, 2009.

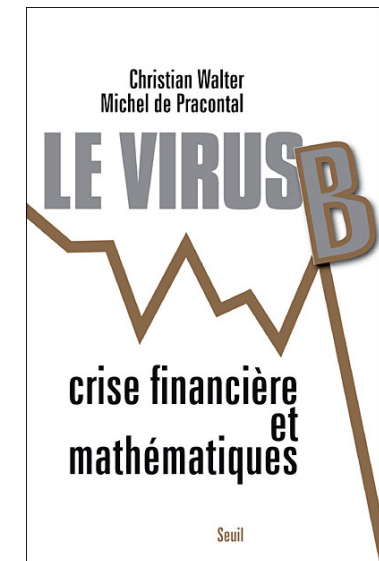
4) Comprendre le rôle des représentations mentales



- Les **représentations mentales de l'incertitude** financière (les croyances collectives sur la morphologie de l'incertitude financière) ont un rôle essentiel dans les calculs et les normes (les institutions)
- Les **infractions aux attentes collectives** (Mauss, 1934) se mesurent en paniques boursières et en pertes financières

- « Aux industriels qui n'ont cure de la justesse d'une formule pourvu qu'elle soit commode, nous rappellerons que l'équation simple, mais fautive, c'est tôt ou tard, par une revanche inattendue de la logique, l'entreprise qui échoue, la digue qui crève, le pont qui s'écroule ; c'est la *ruine financière*, lorsque ce n'est pas le sinistre qui fauche des vies humaines »

Pierre Duhem, *Revue des questions scientifiques*, 1893



5) Chercher au bon endroit la « réalité » financière

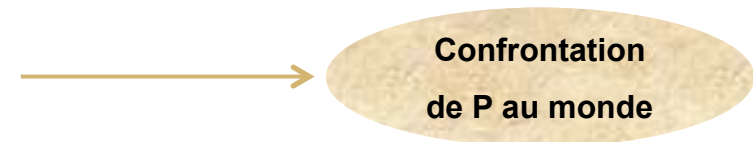
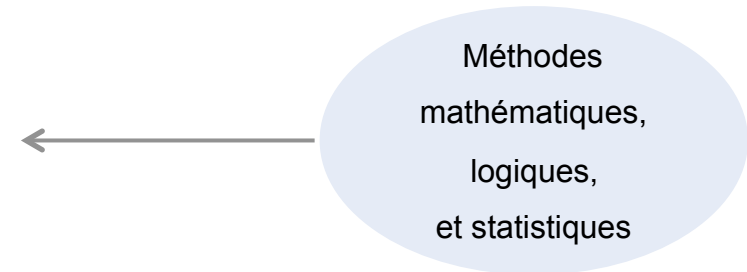
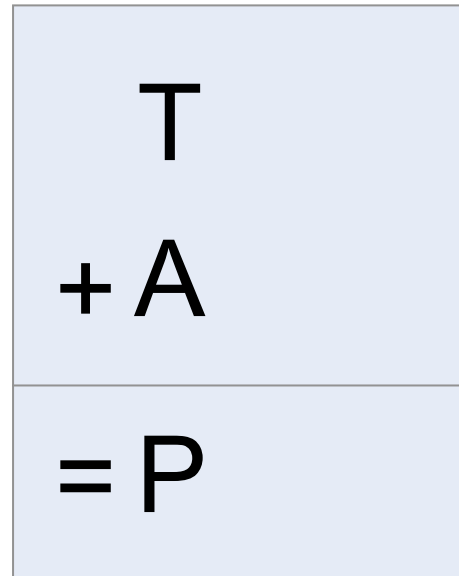
- **L'appréciation du risque** correspond à une probabilisation de l'incertitude : une consolidation de l'incertitude en probabilité
 - Les calculs ne sont pas à l'extérieur du phénomène financier qu'ils mesureraient (boîtes à outils), mais sont l'une des dimensions du phénomène financier lui-même
 - **La « réalité » financière est logée à l'intérieur des calculs qui cherchent à l'objectiver**
- **L'élaboration des normes financières** a pour objet de réduire la discordance entre les dispositions des agents et le monde économique dans lequel ils doivent agir
 - Les normes ne sont pas à l'extérieur du phénomène financier qu'elles encadreraient (mise en ordre du monde) mais sont l'une des dimensions du phénomène financier lui-même
 - **La « réalité » financière est logée à l'intérieur des normes qui cherchent à la réguler**
- **La « réalité » financière** réside à la fois dans les opérations de calcul **et** dans les cadres institutionnels (normes comptables, normes juridiques, règles etc.) **et** dans leur articulation.
 - **L'articulation entre des normes et des calculs définit une structure d'incertitude**
 - Exemple : structure par terme des VaR, enregistrement des données financières et échelles de résolution des marchés
 - Dans un changement d'échelle, la combinatoire entre normes et calculs peut produire plusieurs structures différentes d'incertitude

Comment se construit la calculabilité

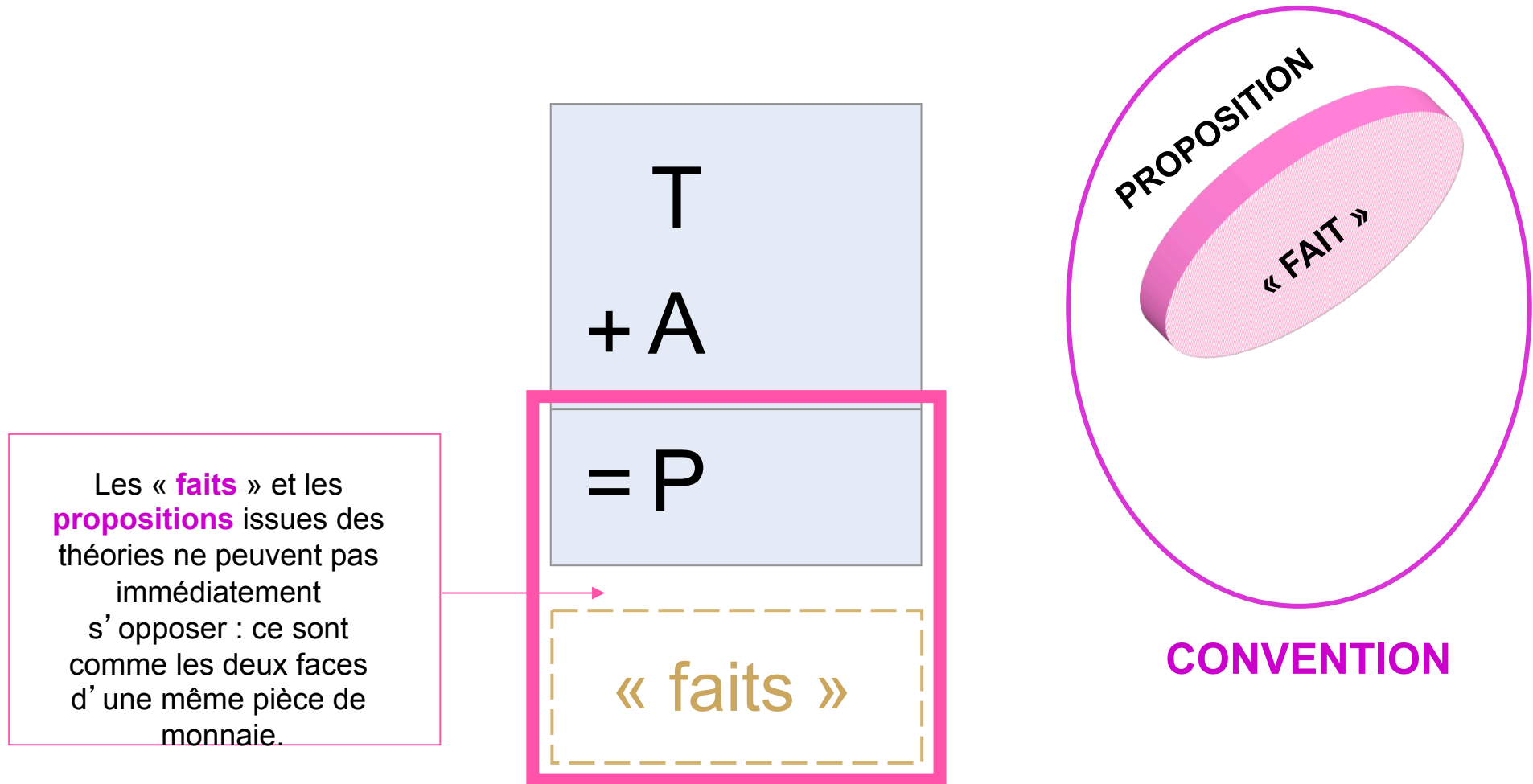
- Mise en place de deux cadres :
 - Dans les calculs
 - Un cadre axiomatique des calculs qui définit :
 - Des règles de calcul
 - » Calculabilité des gains et des pertes
 - Des règles sur les règles
 - » Conditions d'organisation de marché qui permettent à ces règles d'exister
 - Dans les institutions
 - Un cadre institutionnel des opérations
- Signification pratique :
 - Information du marché
 - N'est pas limitée aux seuls cours
 - Inclut aussi les règles d'organisation des échanges
 - Et aussi la construction sociale de l'espace de probabilité filtré
 - Rationalité des agents
 - Ne porte pas que sur les calculs financiers (niveaux de risque)
 - Mais aussi sur le fait de se mettre d'accord entre eux sur une règle de calcul probabiliste
 - Cet accord est une convention stochastique
- La martingalisation des marchés est un exemple de convention stochastique
 - Elle utilise comme outil de mise en forme les courbes de taux sans risque

La compréhension classique de la modélisation

- ❑ Structure apparente du fonctionnement rationnel de la modélisation et de la construction des théories.
- ❑ Le monde réel représente le « tribunal des faits ».



La convention au sens de Duhem (1908)



La thèse de Duhem – Quine

- Les discussions philosophiques de la seconde moitié du XX^e siècle ont été dominées par la question du rapport entre langage et réalité.
- Willard QUINE (1908 – 2000) en est l'un des principaux acteurs. Il a systématisé la conception de Duhem sur les conventions.
- Thèse dite de Duhem – Quine :
 - « tout énoncé peut être tenu pour vrai, quoi qu'il arrive, si nous effectuons des adaptations assez radicales en d'autres endroits du système théorique »
 - Présentation radicale : les scientifiques et les régulateurs **échafaudent en rêve des fantaisies**, puis se mettent à la chasse, une chasse très sélective, de faits nouveaux qui entrent dans ces fantaisies. Une brillante école de savants (appuyée par une riche société ou fondation qui finance quelques tests bien conçus) peut réussir à faire avancer **n'importe quel programme invraisemblable** ou alors, si c'est son humeur, à **renverser un pilier** arbitrairement choisi du savoir consensuel.
- Toute ressemblance avec le programme de Solvabilité 2...

La convention keynésienne (1936)

John Maynard Keynes a employé le terme de convention dans la *Théorie générale* :

“Dans la pratique, nous sommes tacitement convenus, en règle générale, d’avoir recours à une méthode qui repose à vrai dire sur une pure convention. Cette convention consiste essentiellement [...] dans l’hypothèse que l’état actuel des affaires continuera indéfiniment à moins qu’on ait des raisons définies d’attendre un changement. [...] Dans la pratique, nous supposons, en vertu d’une véritable convention, que l’évaluation actuelle du marché, de quelque façon qu’elle ait été formée, est la seule correcte, eu égard à la connaissance actuelle des faits qui influenceront sur le rendement de l’investissement, et que ladite évaluation variera seulement dans la mesure où cette connaissance sera modifiée. [...] La méthode conventionnelle de calcul indiquée ci-dessus est compatible avec un haut degré de continuité et de stabilité dans les affaires, *tant que l’on peut compter sur le maintien de la convention* (Keynes, 1969, p. 167-168).”

La notion de « convention stochastique » (2006)

- La notion de convention stochastique (Walter, 2006) généralise et agrège les deux définitions précédentes
- Elle part du constat du caractère stochastique des phénomènes économiques et financiers
 - Prendre au sérieux ses conséquences quant aux réponses des agents pour cet état de fait
 - Pour rendre raison de la morphologie du phénomène financier
 - Morphologie de l'incertitude empirique : problème leptokurtique
- Une convention stochastique est définie comme « l'ensemble des préconditions (implicites et explicites : des institutions et des calculs par exemple) au moyen desquelles les agents répondent à l'incertitude des phénomènes auxquels ils font face » (Brian, 2009).
- C'est une forme de « cadre de calcul des attentes » (Mauss, 1934)
 - Cette convention est **enregistrée dans les calculs** :
 - Dans les procédés de calcul (exemple : martingale)
 - Dans les hypothèses de calcul (exemple : de carré intégrable)
 - Dans les conditions de calculabilité (exemple : espace probabilisé filtré)
 - Cette convention doit être **portée par des institutions** :
 - Cadrage des réponses des agents au phénomène stochastique
 - Cadre social des marchés construit par l'élaboration des normes

Un exemple de convention stochastique



- La convention stochastique « *market consistent* » martingalise l'incertitude du phénomène pour cadrer les réponses des agents
 - Mieux les probabilités subjectives des agents sont établies
 - plus elles sont conformes à une Q-martingale
 - plus la morphologie du phénomène financier se rapproche d'une P-martingale
 - C' est le bilan Solvabilité 2
 - L' efficacité informationnelle d' un marché :
 - Contrat social qui lie entre eux les agents économiques
 - Règle de calcul et accord sur la règle
 - Interprétation subjectiviste :
 - Performativité absolue
 - Se heurte à la **résistance du phénomène**



D' où cela vient-il ?

- **Trois histoires de longue durée traversent la finance au XX^e siècle**
 - La modélisation de la dynamique boursière
 - 1900 : Bachelier. 1965 : Samuelson.
 - L' évaluation des actifs
 - 1930 : Fisher. 1938 : Williams. 1962 : Gordon.
 - La modélisation de l' équilibre économique
 - 1874 : Walras. 1896 : Pareto. 1954 : Arrow et Debreu.
- **Ces trois courants de pensée financière**
 - Se rencontrent deux par deux pendant 75 ans
 - Évaluation et dynamique boursière : Samuelson, 1973
 - Équilibre et dynamique : Lucas, 1978
 - Puis se rejoignent dans les années 1980 pour aboutir à l' unification intellectuelle de la finance mathématique grâce à la théorie des martingales
 - Évaluation, équilibre et dynamique : Ross, Harrison, Kreps, Pliska, 1976, 1980, 1981
 - Synthèse par le noyau de l' évaluation (*pricing kernel*)



Les trois courants de pensée

Auteurs qui lancent le courant de pensée	Années de la publication	Taux d'actualisation utilisé pour l'obtention de la martingale	Probabilité utilisée dans la martingale
Samuelson	1965 – 1973	Taux constant exogène avec prime de risque (bêta du CAPM)	Phénomène : P
LeRoy, Lucas	1973 – 1978	Taux aléatoire endogène d'équilibre (noyau du CCAPM)	Phénomène : P
Ross, Harrison, Kreps, Pliska	1976 – 1981	Taux sans risque	Subjective : Q

La martingalisation de l'incertitude des marchés

- Les Q-martingales ont profondément transformé les marchés financiers et les pratiques professionnelles
- L'évaluation « *market consistent* » par des Q-martingales est une convention stochastique
- La martingalisation systématique des marchés au XX^e siècle équivaut à la moyennisation systématique des variables au XIX^e siècle
- Action collective normative pour les pratiques professionnelles à grande échelle

La formation des actuaires...

