Problématique de la « base empirique » : l'exemple des trajectoires boursières

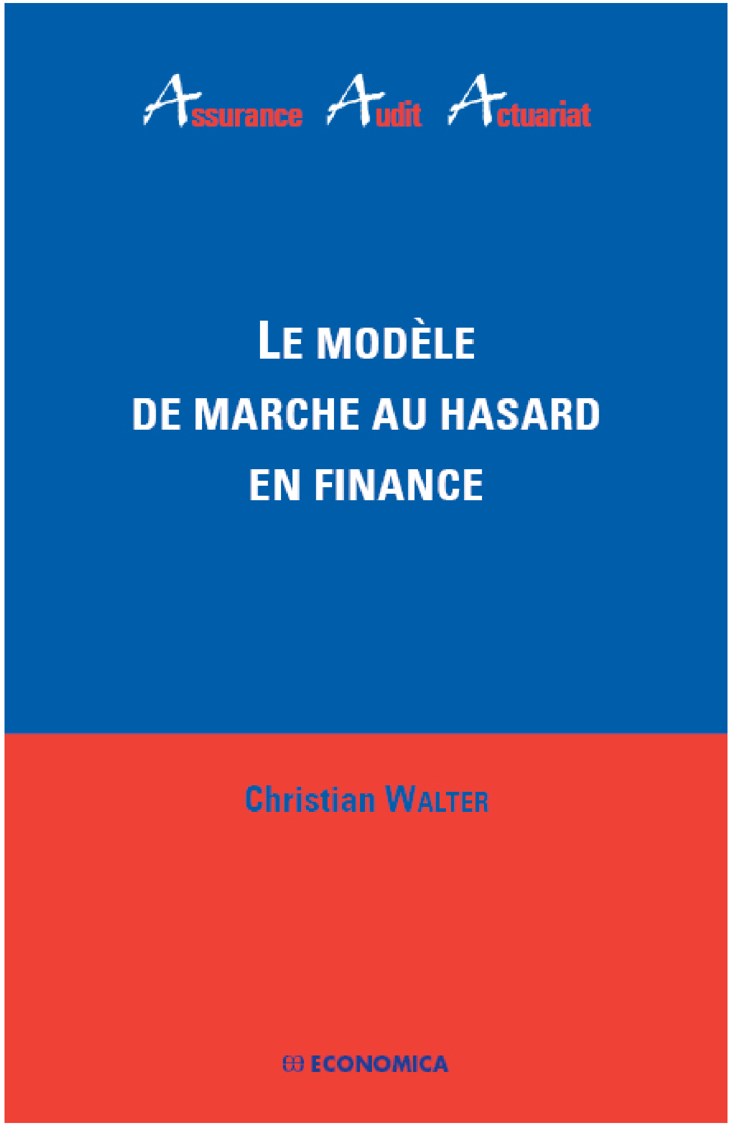
Christian Walter

Dirigeant fondateur de **H&W** Conseil
Professeur associé à l'IAE de l'université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Titulaire de la chaire « Ethique et finance » du Collège d'études mondiales

SACEI – 4 octobre 2013

Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

Support de l'exposé



Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

Pourquoi cette question ?

- Idée communément admise : les actuaires travaillent sur des « données » qu'ils modélisent au mieux
  - Relevé, propreté, exhaustivité des données, etc.
- La « description » statistique des variations boursières
  - Cruciale dans l'appréhension des risques
  - Préalable à toute modélisation
  - Mesure des quantités exposées
- La représentation probabiliste des variations boursières
  - Importance d'une représentation adéquate
  - Exemple : dans la crise, les représentations des « données » dues aux « descriptions » statistiques n'ont pas permis de détecter les risques
    - **Coller aux « données » des « descriptions » ne protège pas les actuaires**
- Présentation aux journées d'études des actuaires :
  - 2012 : La construction des courbes de taux sans risque
  - 2013 : La construction des trajectoires boursières

Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

Le schéma de Hempel-Oppenheim-Putnam

Vérité logique — *Questions de signification*

Énoncés théoriques

« CULTURE »

T

+ A

= P

Méthodes mathématiques, logiques, et statistiques

Énoncés d'observation

« NATURE »

« BASE EMPIRIQUE »

« faits »

Confrontation de P au monde

Vérité factuelle — *Questions de fait*

fondation maison des sciences de l'homme

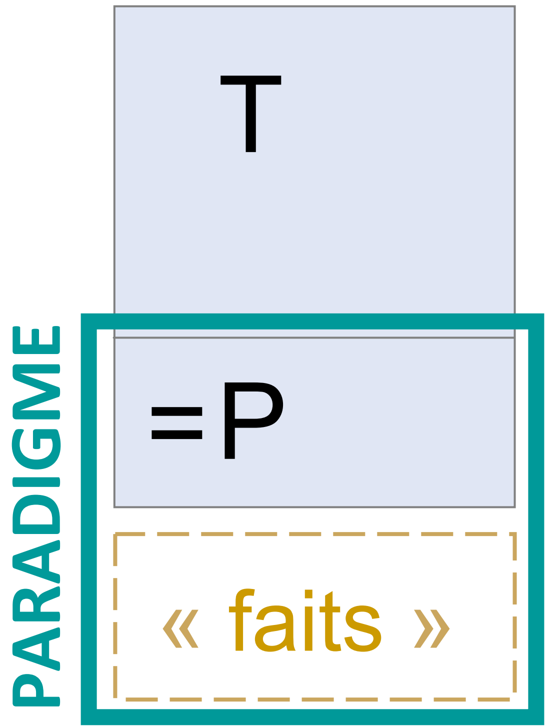
– PANTHÉON - SORBONNE – UNIVERSITÉ PARIS 1

Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

La critique de Kuhn

Epistémologie | Sociologie

- La remise en question de la démarcation théorie / expérience
  - Kuhn : pas de « donné » mais de l' « acquis péniblement »
  - **Les « faits » sont relatifs à un paradigme**
    - Les « faits » d'un paradigme n'existent pas dans un autre paradigme
    - Dans un nouveau paradigme, « les données elles-mêmes changent »
- L'observation est orientée par la théorie
  - Tradition épistémologique continentale
    - Allemande
      - Kant
    - Française
      - Meyerson, Bachelard

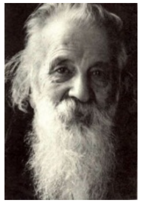


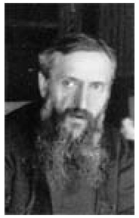
Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

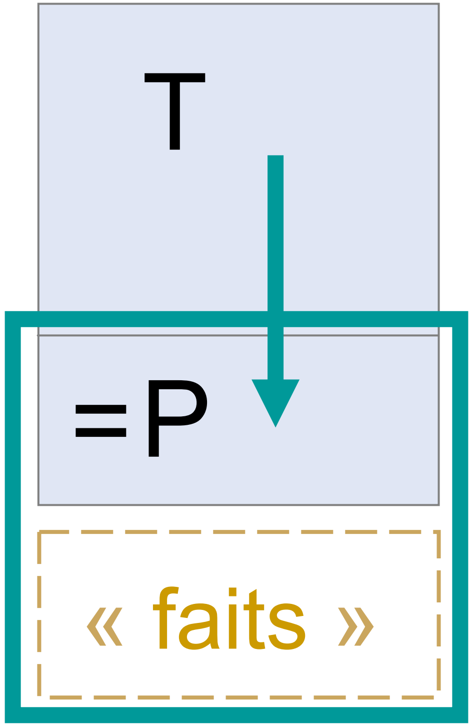
L’épistémologie française

Epistémologie | Sociologie

- La remise en question de la démarcation théorie / expérience
  - L’école française
    - Emile Meyerson (1859-1933)
      - « Étroite dépendance dans laquelle les expériences se trouvent à l’égard des théories scientifiques » (*Identité et réalité*, 1908)
    - Gaston Bachelard (1884-1962)
      - « Toute expérience est sous la dépendance d’une construction intellectuelle antérieure » (*Le nouvel esprit scientifique*, 1934)
    - Pierre Bourdieu (1930-2002)
      - « Le fait scientifique est conquis, construit, constaté » (*Science de la science et réflexivité*, 2001)
- **Les « faits » sont faits**



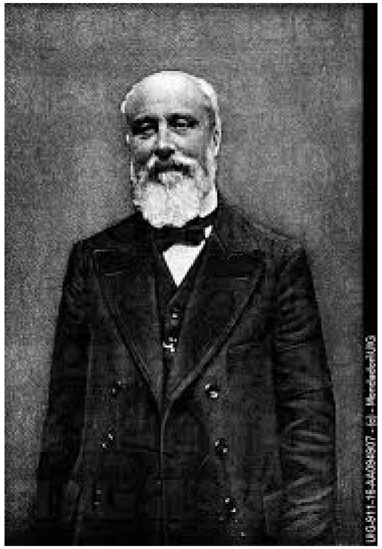




fondation maison des sciences de l’homme
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

La thèse de Duhem-Quine

De manière générale, toute théorie est **sous-déterminée** par l'expérience.
Épistémologie **holiste**. Conventionnalisme.



Pierre Duhem (1861-1916)

CONVENTION

T

+ A

= P

« faits »

Willard Quine (1908-2000)

fondation maison des sciences de l'homme
UNIVERSITÉ PARIS 1 PANTHÉON - SORBONNE
Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

Enregistrement des données de cotation

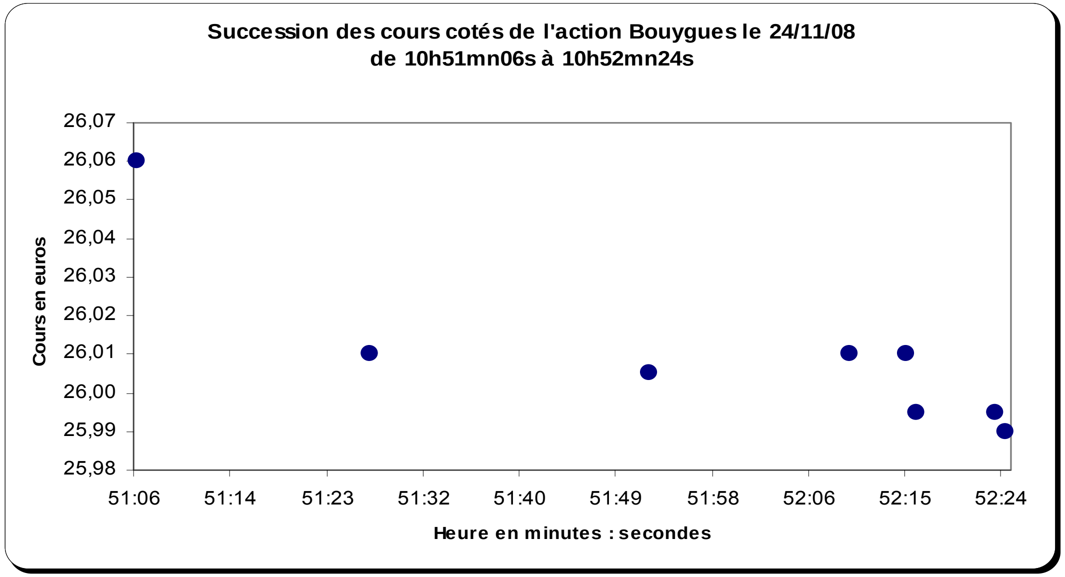
Tableau 3. *L'action Bouygues le 24/11/08 : un détail des transactions*

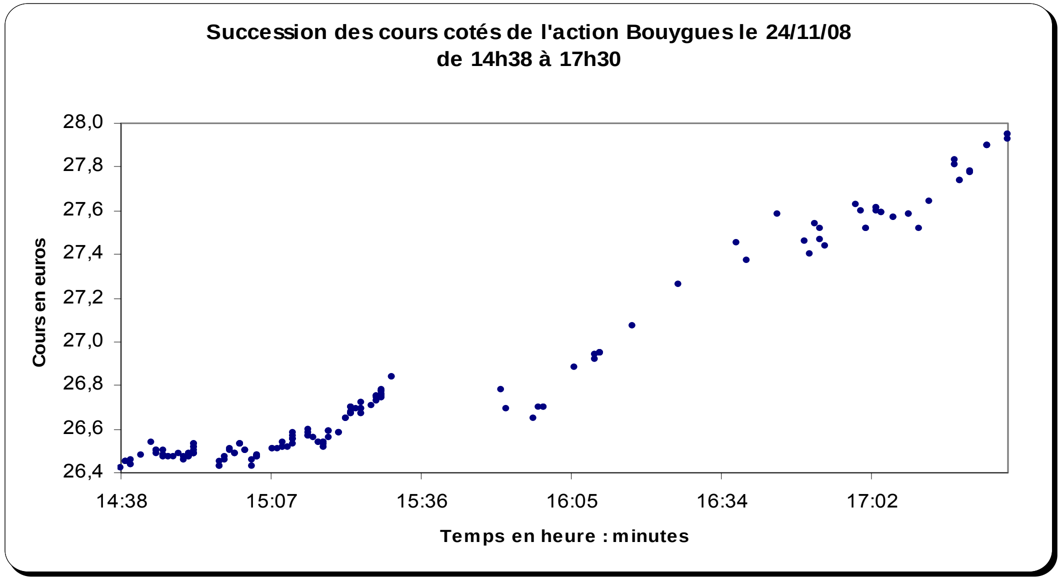
Heure de cotation	Cotation (en euros)	Qté de titres échangés	Durée (secondes)
10 : 51 : 06	26,060	660	
10 : 51 : 27	26,010	350	21
10 : 51 : 52	26,005	90	25
10 : 52 : 10	26,010	194	18
10 : 52 : 15	26,010	233	05
10 : 52 : 16	25,995	510	06
10 : 52 : 23	25,995	362	07
10 : 52 : 24	25,990	291	01

Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

L'incertitude boursière : exemple

Discontinuité + désynchronisation





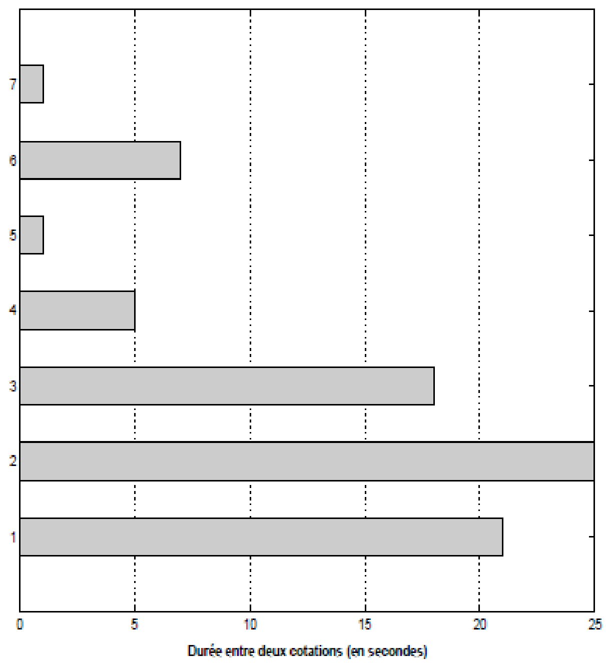
fondation maison des sciences de l'homme

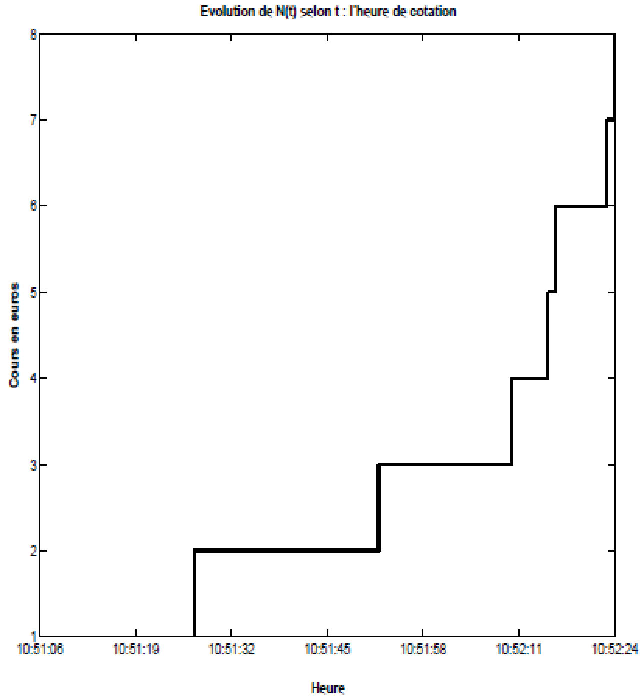
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne

Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

Représentation en processus de comptage

Graphique 2. *L'évolution de l'action Bouygues : à gauche, les durées Δt_k séparant deux cotations, pour les 7 premières cotations ; à droite, le nombre de cotations $N(t)$.*





Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

Technologies d’enregistrement et images de l’incertitude

- L’enregistrement des échanges boursiers
  - La double reconstruction du marché boursier
  - Continuité ou discontinuité
- La fabrication d’une trajectoire boursière
  - Le choix des variables boursières
  - Le choix de la mesure du temps boursier

Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

La mesure du temps social de l'échange boursier

- La température boursière
  - Idée proposée par Mandelbrot
    - Contraction ou dilatation du temps calendaire par l'activité boursière
    - Déformer le temps physique par l'activité boursière
  - L'horloge aléatoire de la bourse
    - Les transactions
    - Les volumes

Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

Information et temps social

- Interprétation par l'information
  - Association entre volume et information
  - « Quantité d'information » contenue dans le prix
  - Gros volumes : information estimée importante (à tort ou à raison)

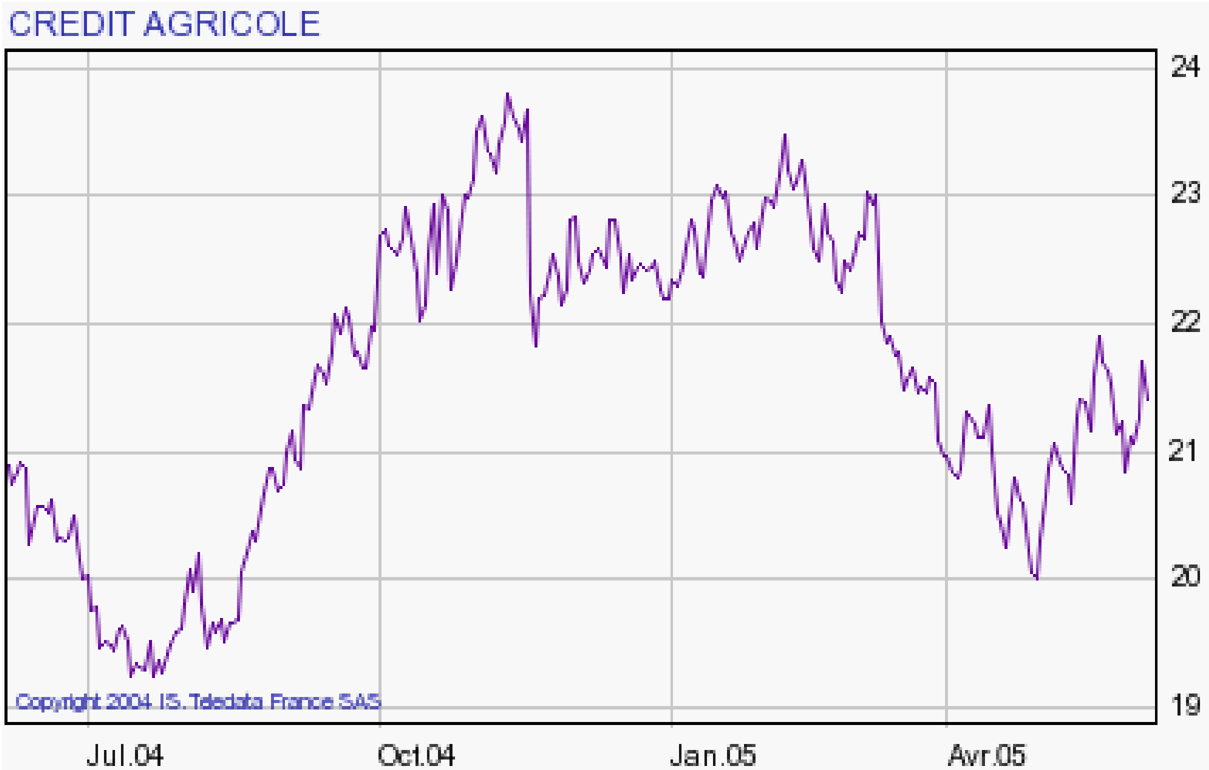
Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

Construction d'une trajectoire

- Une première décision à prendre :
  - Continuité ou discontinuité

Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

Enregistrement en temps physique (calendaire)

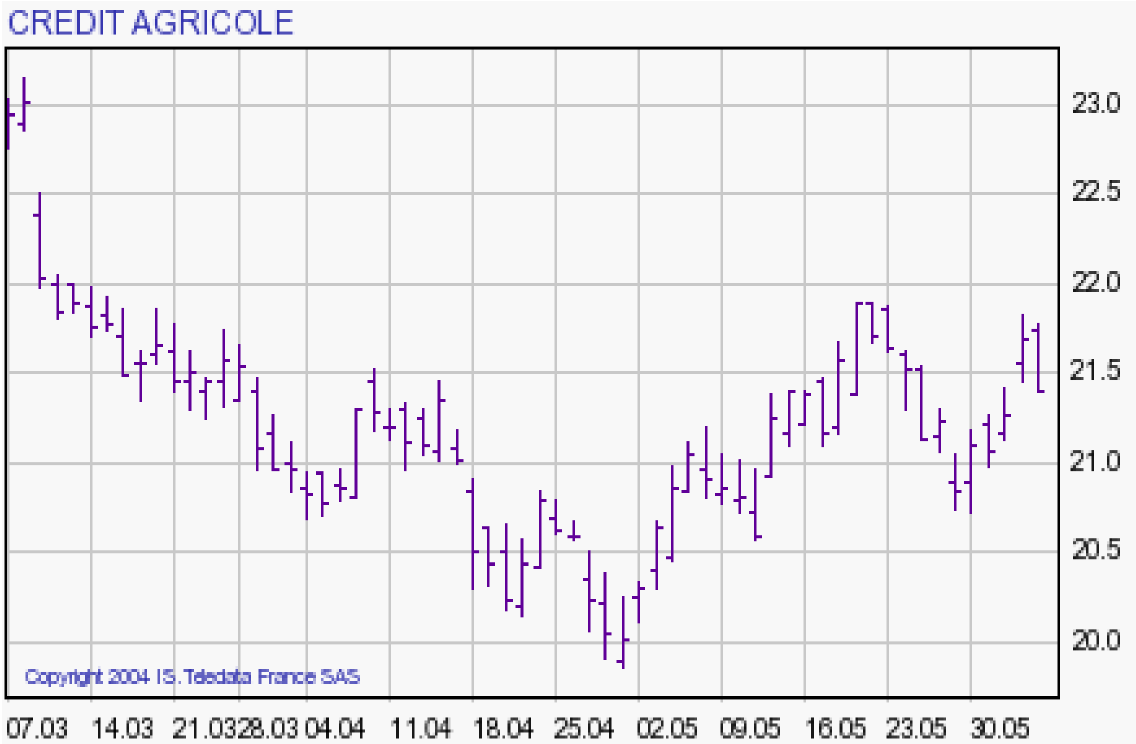


Cours quotidiens de la période comprise entre le 3/06/2004 et le 3/06/2005.

Une **vision du monde**

La trajectoire est vue comme un **processus de diffusion** (continue).

Une autre représentation en temps physique



Cours quotidiens de la période comprise entre le 3/03/2004 et le 3/06/2005.

Une **autre** vision du monde

Pour chaque jour : cours le plus haut, le plus bas, d'ouverture, de clôture.

La trajectoire est vue comme un **processus de saut pur** (partout discontinue).

fondation maison des sciences de l'homme

Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne

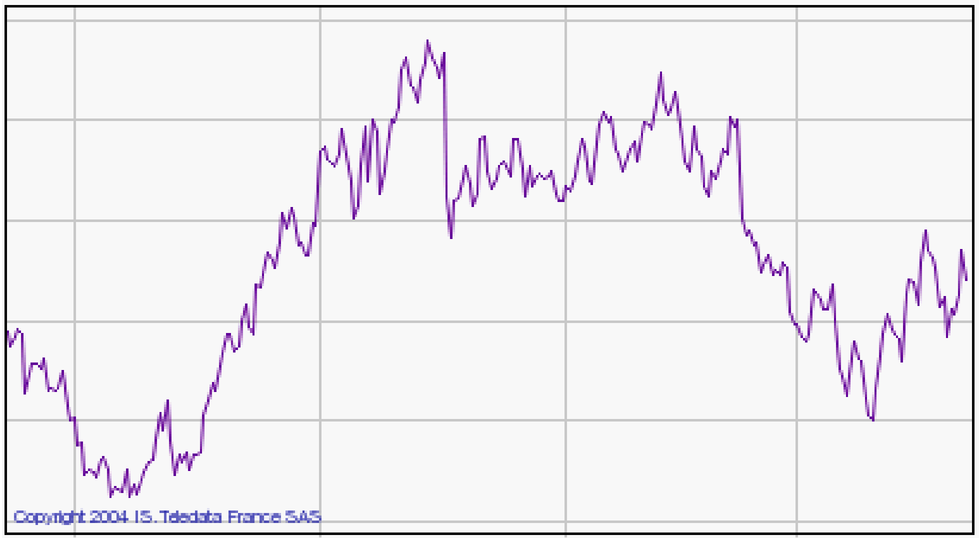
Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

Construction d'une trajectoire

- Une deuxième décision à prendre :
  - Échelle de temps et zooms

Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

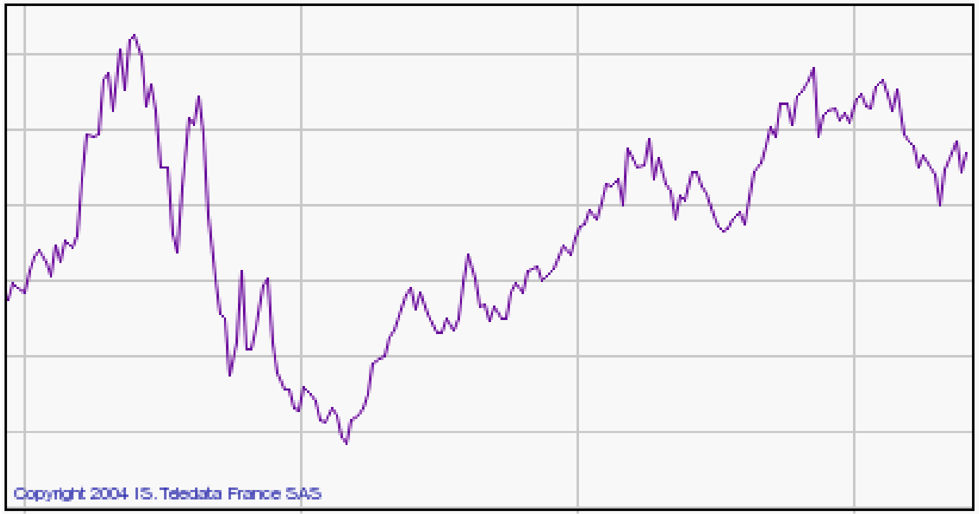
Finesse des enregistrements : 100 ou 800 ISO ?

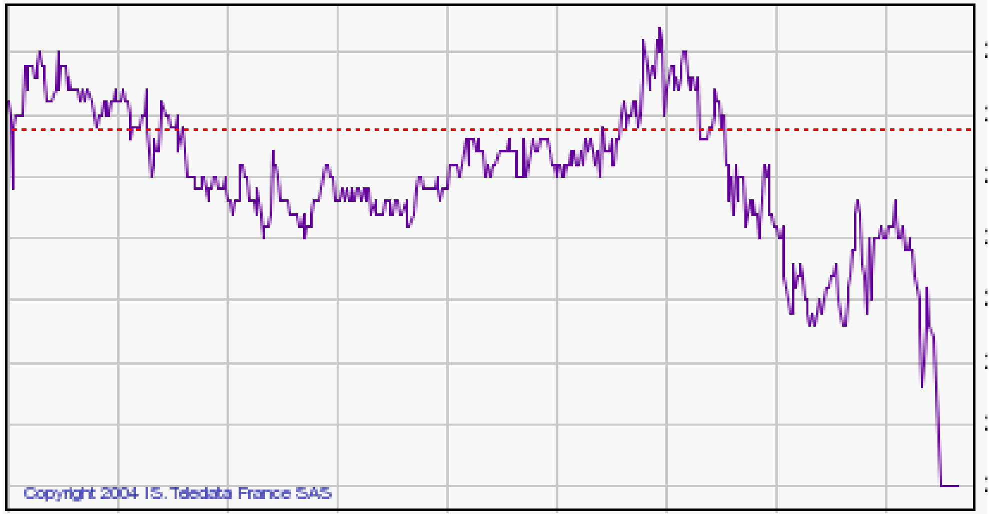


❑Variations intraquotidiennes, journalières, hebdomadaires, mensuelles etc. ?
Du grain de sable au tas de sable…

❑**Haute fréquence** : microstructure des marchés, et relations bourse – carnets d'ordre.
❑**Basse fréquence** : macroéconomie, et relations bourse – économie (SDF).

❑**Entre les deux** : échelle indifférente ?



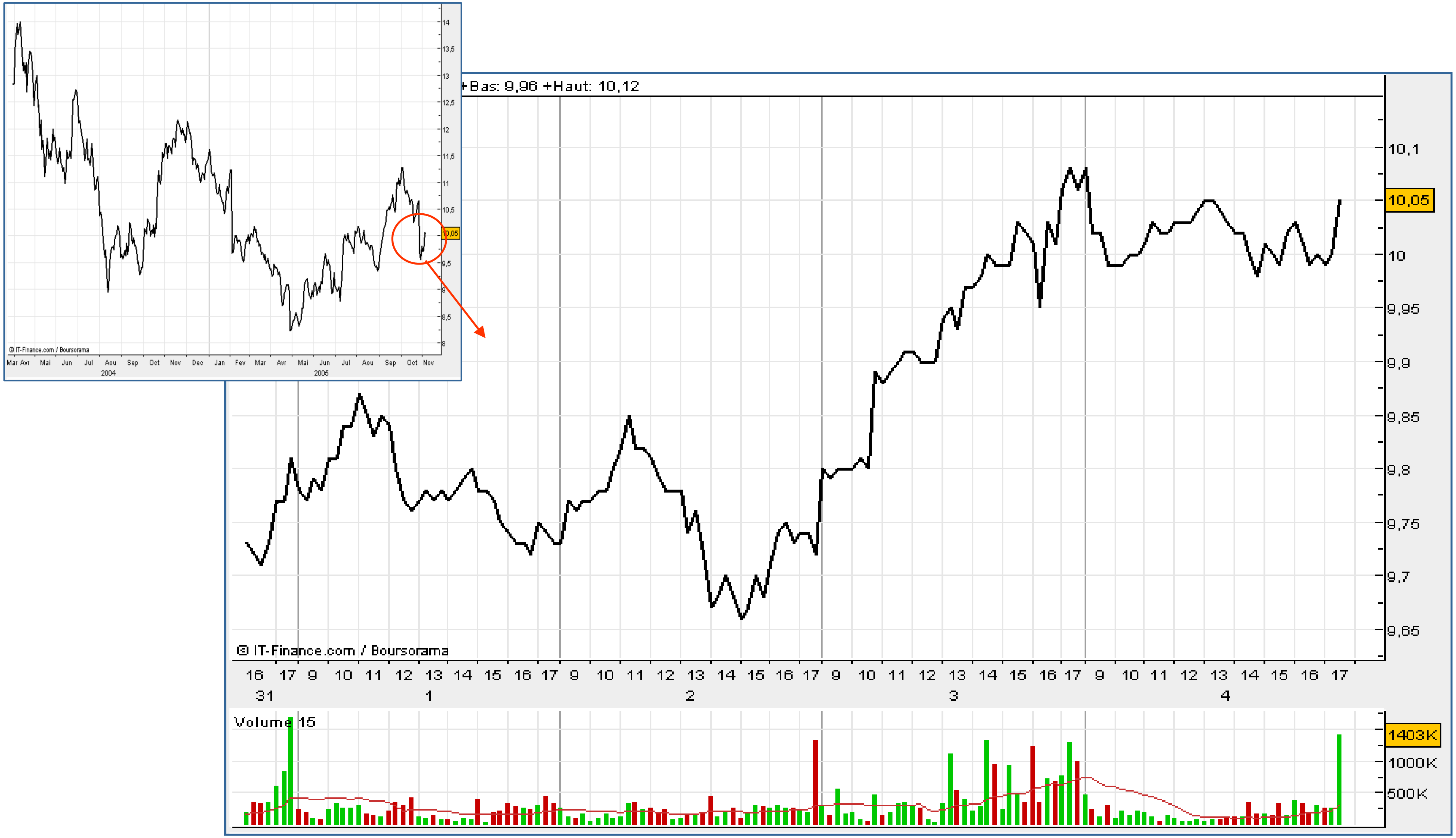


fondation maison des sciences de l'homme
UNIVERSITÉ PARIS 1 – PANTHÉON - SORBONNE –
Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

Zoom et agrandissement photographique

Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

Macrophotographie du marché



fondation maison des sciences de l'homme

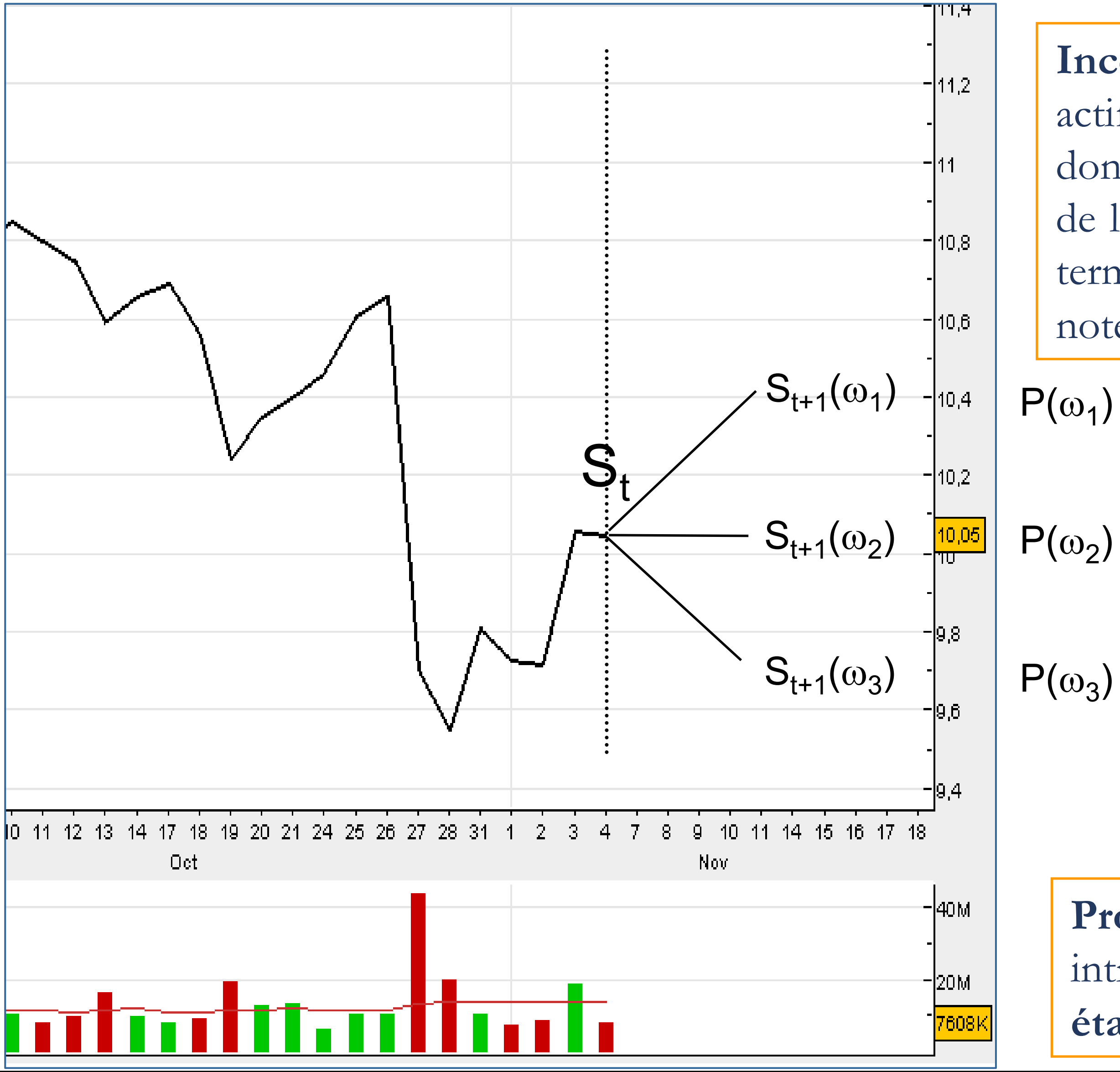
Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

Construction d'une trajectoire

- Une troisième décision à prendre :
  - La mesure du risque

Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

La construction de la convention du risque



Incertitude sur le cours futur d'un actif donné : sa valeur à une date t+1 donnée dépend de la réalisation d'**états** de l'économie (du marché), appelés du terme générique « états du monde », notés ω.

Probabilisation de l'incertitude : introduction de **probabilités des états** du monde P(ω).

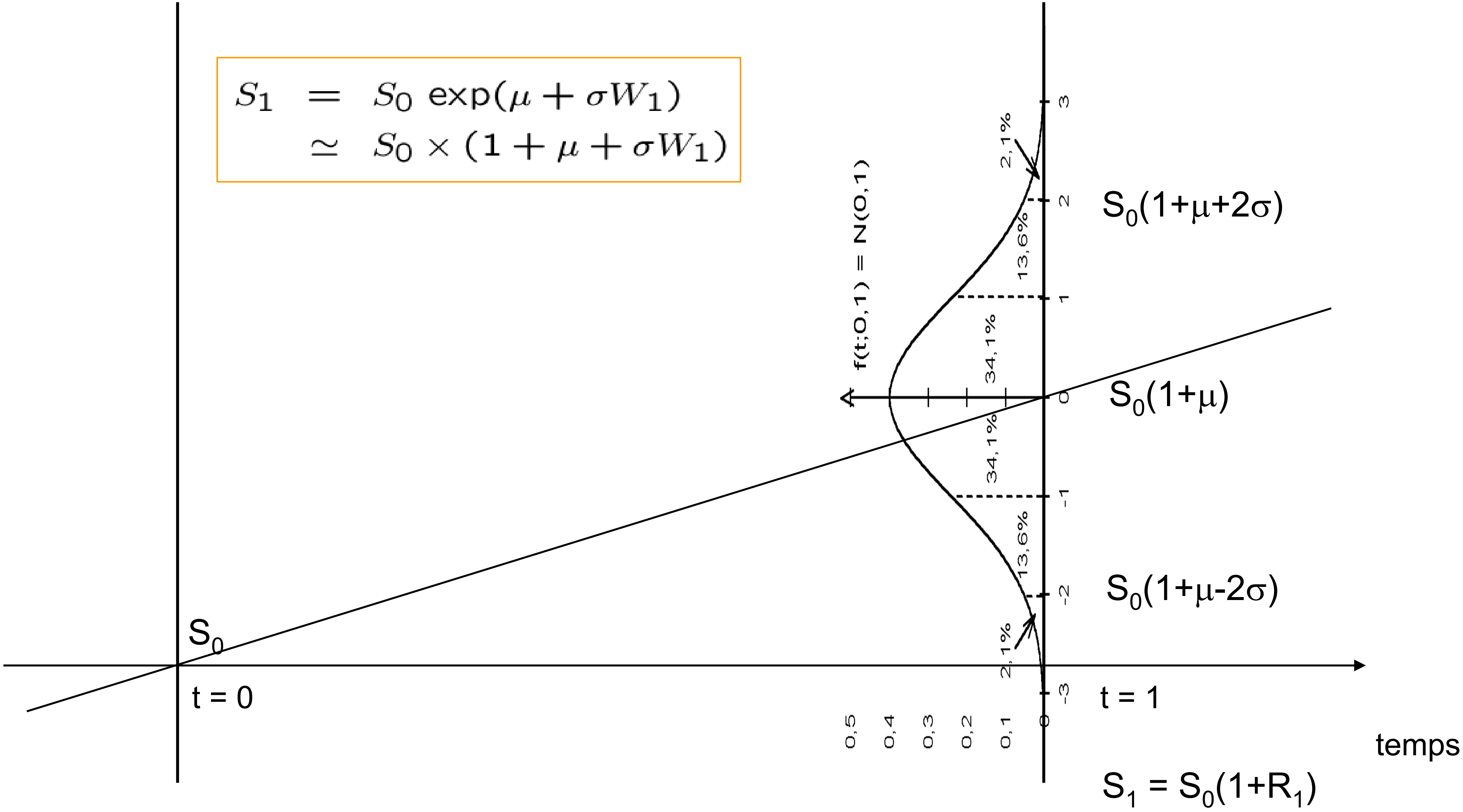
fondation maison des sciences de l'homme
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

La construction de l'image de l'incertitude

Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

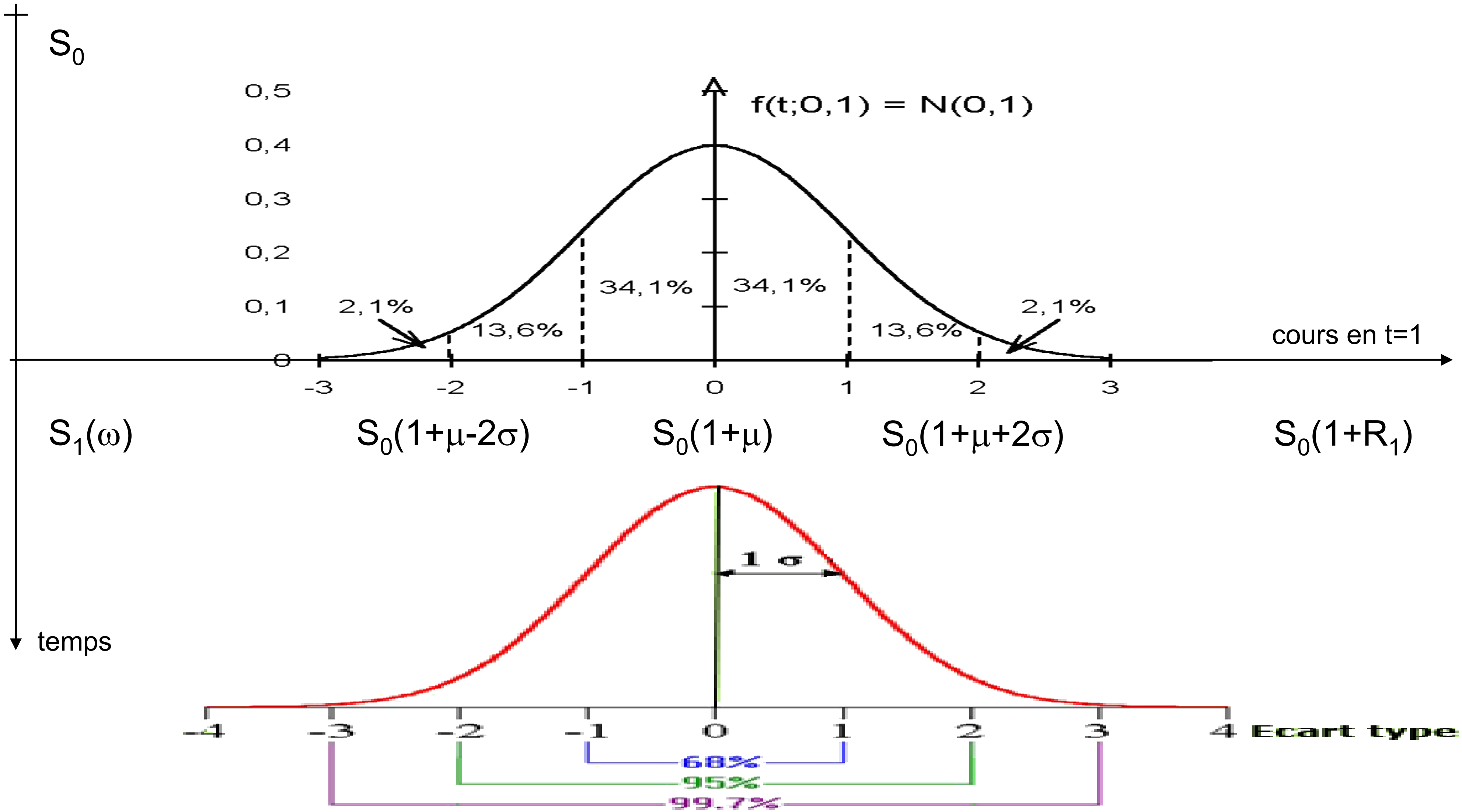
Calibrage des marchés : une image du risque

$$
\begin{aligned}
S_1 &= S_0 \exp(\mu + \sigma W_1) \\
&\simeq S_0 \times (1 + \mu + \sigma W_1)
\end{aligned}
$$



fondation maison des sciences de l'homme
Université Paris 1 – Panthéon-Sorbonne –
Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

La volatilité gaussienne (quételésienne)



Une image floue du risque…

fondation maison des sciences de l'homme
– PANTHÉON - SORBONNE – UNIVERSITÉ PARIS 1
Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

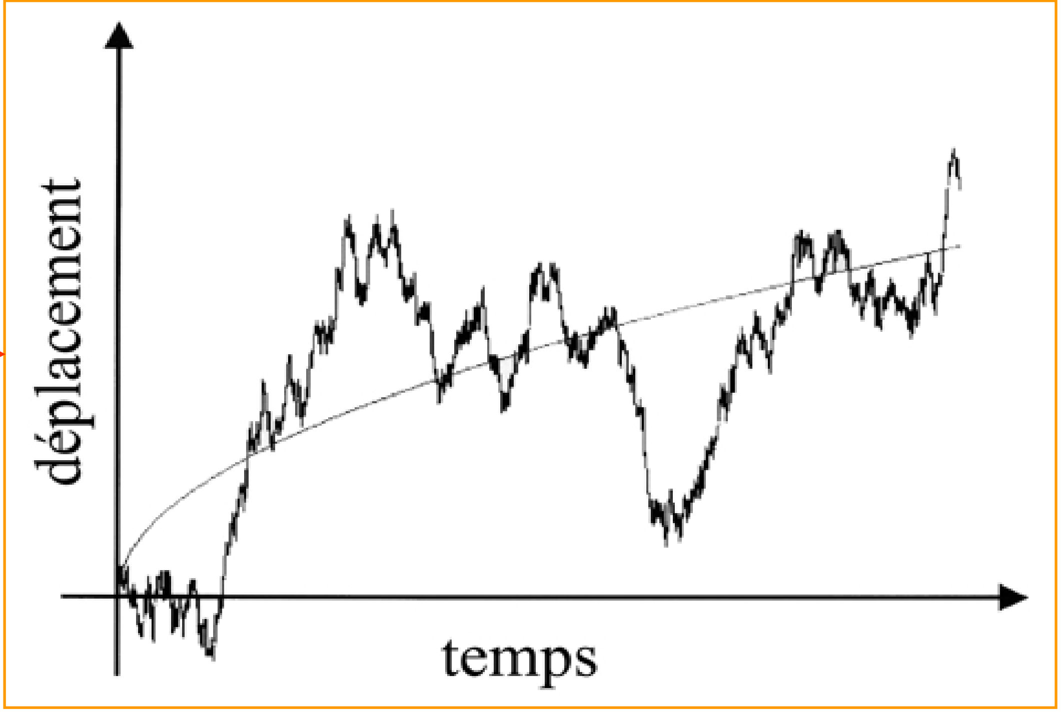
Fonctionnement de l'image du risque

- La capitalisation des cours s'effectue de manière classique, que le taux soit constant, ou aléatoire.
- Si le taux continu est **aléatoire** et suit un mouvement brownien, on se trouve dans le cas du **modèle standard des variations boursières**.

$$S_t = S_0(1 + R_t)$$

$$S_t = S_0 \exp(\rho t)$$

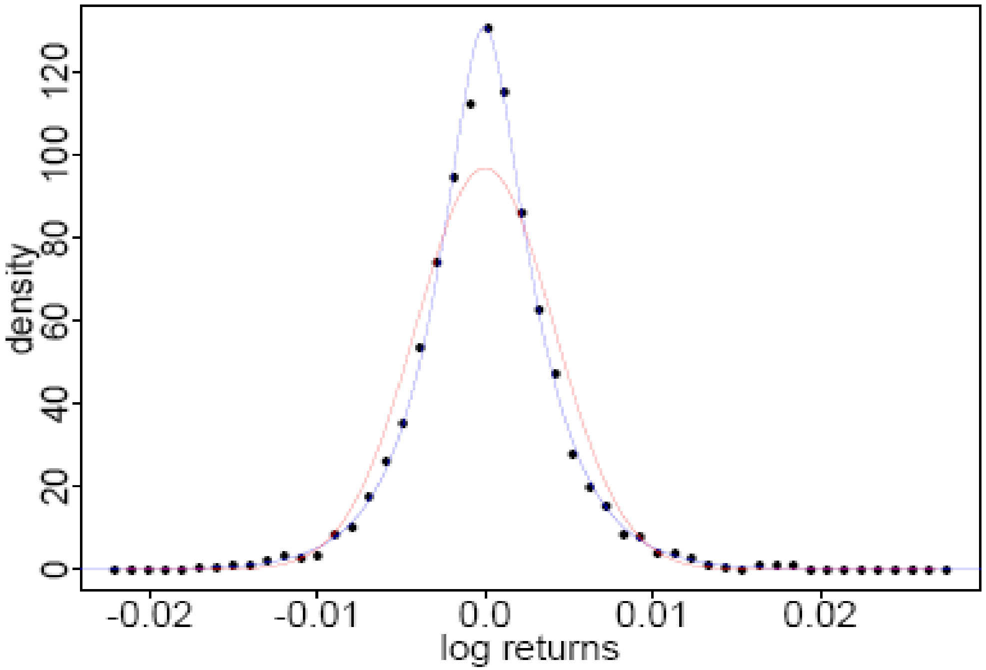
$$S_t = S_0 \exp\left(\mu t + \sigma W_t\right)$$

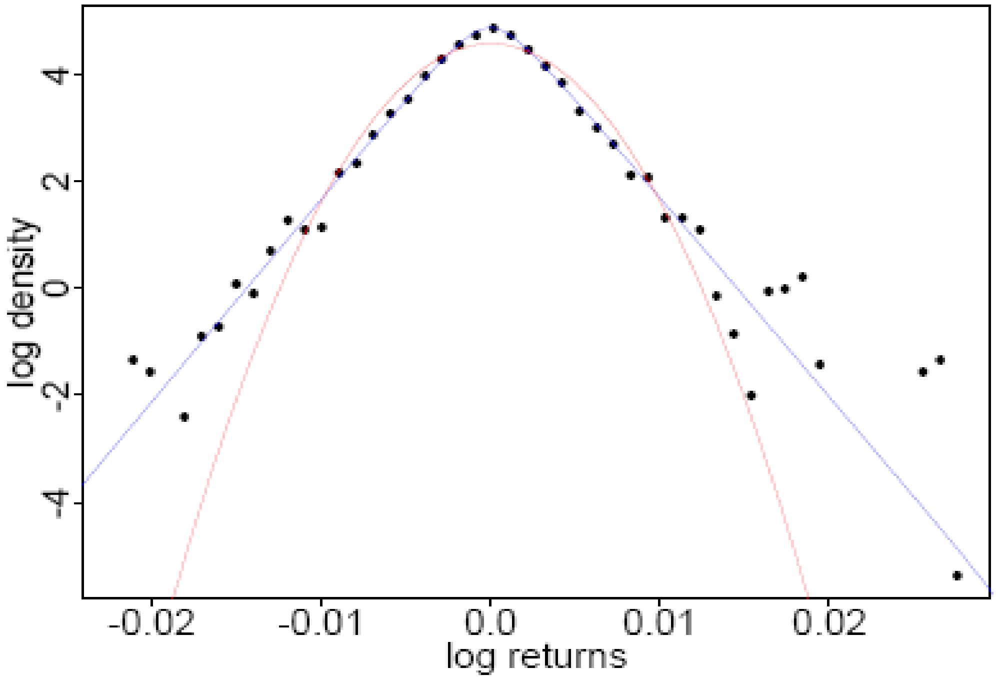


fondation maison des sciences de l'homme
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

La représentation brownienne de l'incertitude

Une représentation de la continuité synchronisée → importance de la volatilité
•Illusion probabiliste de la maîtrise du risque (réduit à la volatilité)
•Se heurte au problème statique leptokurtique (minceur des densités)
•Formes réelles hyperboliques en log-log (et non paraboliques)
Confusions entre statique et dynamique





Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

Construction d'une trajectoire

- Une mesure de risque particulière :
  - La représentation brownienne

fondation maison des sciences de l'homme
– PANTHÉON - SORBONNE – UNIVERSITÉ PARIS 1
Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

Les choix humains de la représentation brownienne (1)

Exemple simple sur les rentabilités quotidiennes ΔR_k d'un actif, et sa rentabilité sur 2 jours, notée R_2. Il est clair que

$$R_2 = \Delta R_1 + \Delta R_2$$

Soient $P_1 = P(\Delta R_1)$ et $P_2 = P(\Delta R_2)$ les lois de probabilité de ΔR_1 et ΔR_2, et soit $P = P(R_2) = P(\Delta R_1 + \Delta R_2)$ la loi de probabilité de R_2, ou loi de la somme. On cherche à définir cette loi de probabilité.

Cherchons la probabilité pour que R_2 soit égale à un niveau de rentabilité fixé, par exemple $\mathrm{Pr}(R_2 = 3\%)$. D'après la définition de R_2, on a

$$\mathrm{Pr}\,(R_2 = 3\%) = \mathrm{Pr}\,(\Delta R_1 + \Delta R_2 = 3\%)$$

Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

Les choix humains de la représentation brownienne (2)

On voit que ceci peut être obtenu par toutes les combinaisons de type $\Delta R_1 = x\%$ et $\Delta R_2 = 3 - x\%$, soit

$$\Pr(R_2 = 3\%) = \sum_x \Pr\left(\Delta R_1 = x\% \text{ et } \Delta R_2 = 3 - x\%\right)$$

pour toute valeur arbitraire de x. Trois possibilités existent alors :

1. Si les rentabilités ΔR_1 et ΔR_2 ne sont pas indépendantes, il est nécessaire de connaître la loi conjointe du couple $(\Delta R_1, \Delta R_2)$.
2. Si les rentabilités ΔR_1 et ΔR_2 sont indépendantes, l'opération se simplifie* et *il suffit de connaître les deux lois* P_1 et P_2 :

$$\Pr(R_2 = 3\%) = \sum_x \left(\Pr(\Delta R_1 = x\%) \times \Pr(\Delta R_2 = 3 - x\%)\right)$$

*En effet, si deux événements A et B sont indépendants, $\Pr(A \cap B) = \Pr(A) \times \Pr(B)$.

fondation maison des sciences de l'homme
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

Les choix humains de la représentation brownienne (3)

Exemple : deux lancés successifs d'un dé à six faces, ou deux loteries. Indépendance.

X_1	1	2	3	4	5	6
$P_1 = P(X_1)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

X_2	1	2	3	4	5	6
$P_2 = P(X_2)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$

X_1	1	2	3	4	5	6
$P_1 = P(X_1)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

X_2	1	2	3	4	5	6
$P_2 = P(X_1)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$$\mathrm{Pr}(X = 4) = \sum_x (\mathrm{Pr}(X_1 = x) \times \mathrm{Pr}(X_2 = 4 - x))$$

L'indépendance est très commode, mais il reste encore des calculs à faire.

Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

Les choix humains de la représentation brownienne (4)

La loi de R_2 est obtenue par produit de convolution entre les lois de ΔR_1 et ΔR_2 :

$$P = P_1 \otimes P_2$$

où $\otimes$ représente l'opérateur de convolution.

3. Si les rentabilités ΔR_1 et ΔR_2 sont non seulement indépendantes, mais sont aussi de même distribution $(P_1 = P_2)$, l'opération se simplifie encore davantage : *il suffit de connaître la loi de base* P_1, que l'on convolue deux fois avec elle-même. On a

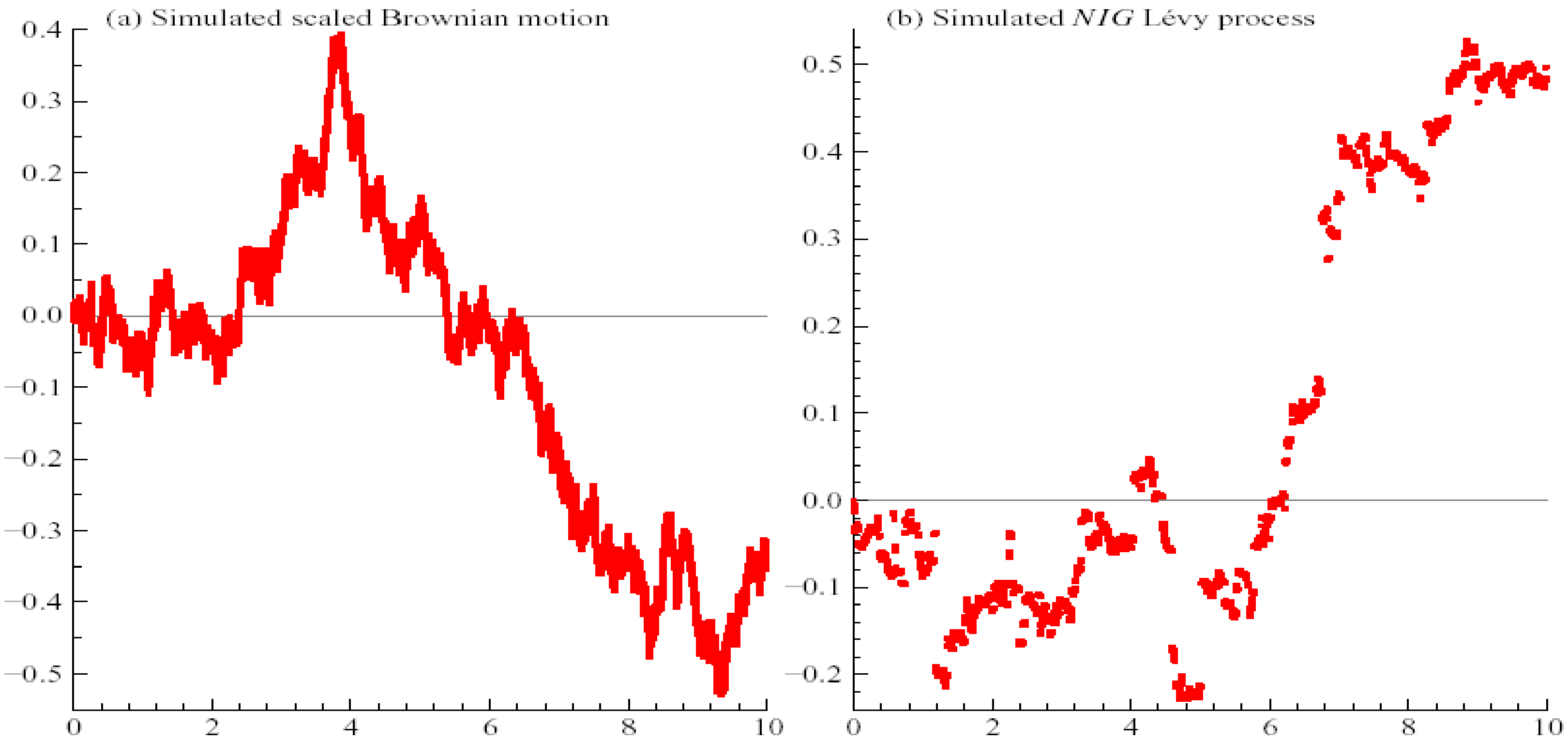
$$P = P_1 \otimes P_1 = P_1^{\otimes 2}$$

C'est l'hypothèse i.i.d., cruciale pour les calculs financiers.

Un processus à accroissements i.i.d. est un **processus de Lévy** ou, en temps discret, une **MARCHE AU HASARD.**

Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

Les choix humains de la représentation brownienne (5)



fondation maison des sciences de l'homme
UNIVERSITÉ PARIS 1 – PANTHÉON - SORBONNE –
Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

Les choix humains de la représentation brownienne (6)

Exemple : deux lancés successifs d'un dé à six faces, ou deux loteries. Indépendance et stationnarité. Cependant, la distribution de la somme n'a pas la même **FORME** que la distribution de la loi de base. On dit que la distribution de base n'est **PAS STABLE** par l'addition des variables aléatoires.

												EX
X1	1	2	3	4	5	6						3,50
P1	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667						
X2	1	2	3	4	5	6						3,50
P2	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667						
X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
P	0,0278	0,0556	0,0833	0,1111	0,1389	0,1667	0,1389	0,1111	0,0833	0,0556	0,0278	7,00

i.i.d.

non stable…

On remarque aussi que l'espérance E(X) double : le passage de la période de base (1 tour) à la période totale (2 tours) a pour effet de doubler l'espérance. Car, avec la propriété i.i.d., on a $E(X_1+X_2) = EX_1+EX_2$ mais le risque (la forme) ?

fondation maison des sciences de l'homme

Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne

Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

Les choix humains de la représentation brownienne (7)

Extension à n périodes

$$P = \underbrace{P_1 \otimes P_1 \otimes \cdots \otimes P_1}_{n \text{ fois}} = P_1^{\otimes n} \tag{1}$$

4. Si les rentabilités $\Delta R_1, \Delta R_2, \cdots, \Delta R_n$ sont non seulement i.i.d., mais également stables par addition (structure fractale), l'opération se simplifie encore. On a

$$P = P_1^{\otimes n} = n^{1/\alpha} P_1 \tag{2}$$

où $1/\alpha$ est un exposant d'autosimilarité, et où α est l'exposant caractéristique des lois α-stables. Le processus des rentabilités $(R(t), t \geq 0)$ est alors un **processus de Lévy α-stable**.

Invariance par changement d'échelle entre les échelles τ et $n\tau$:

$$R(n\tau) \equiv n^{1/\alpha} R(\tau) \tag{3}$$

Un processus de Lévy alpha-stable est **fractal**. α est l'exposant de **stabilité** : il définit la **forme** qui se conserve.

fondation maison des sciences de l'homme

Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne

Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

Les choix humains de la représentation brownienne (8)

5. Si les rentabilités sont non seulement i.i.d.–α–stables, mais également gaussiennes, $\alpha = 2$ et

$$R(n\tau) \equiv n^{1/2} R(\tau) \qquad (4)$$

qui conduit à la "**loi en racine carrée du temps**"

$$\boxed{\sigma(n\tau) = n^{1/2}\sigma(\tau)} \qquad (5)$$

où $\sigma(\tau)$ est la volatilité à l'échelle de résolution τ du marché examiné. Par exemple

$$\sigma(1\,\text{an}) = \sigma(1\,\text{mois}) \times \sqrt{12}$$

La volatilité annuelle est la volatilité mensuelle dilatée par $\sqrt{12}$.

Un processus de Lévy 2-stable est un **mouvement brownien** ou, en temps discret, une marche au hasard gaussienne.

Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

Les choix humains de la représentation brownienne (9)

Sur une durée $\Delta t_k = t_k - t_{k-1}$, l'hypothèse de normalité signifie que

$$\varepsilon_k = \left(\sigma\sqrt{\Delta t_k}\right) u_k$$

où u_k sont i.i.d. suivant une loi normale $\mathcal{N}(0,1)$, et donc que

$$\Delta R_k = \mu\,\Delta t_k + \left(\sigma\sqrt{\Delta t_k}\right) u_k \qquad (6)$$

soit par définition du mouvement brownien

$$\Delta R_k = \mu\,\Delta t_k + \sigma\,\Delta W_{t_k}$$

En posant $\Delta S_{t_k} = S_{t_k} - S_{t_{k-1}}$:

$$\Delta S_{t_k} = S_{t_{k-1}}\left(\mu \Delta t_k + \sigma \Delta W_{t_k}\right) \qquad (7)$$

Avec $\Delta t_k \to 0$:

$$dS_t = S_t\,(\mu dt + \sigma dW_t) \qquad (8)$$

C'est l'équation différentielle stochastique (EDS) du marché de Black-Scholes-Merton (1973).

Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

Règles de changement d'échelle de temps

Hypothèse sur les accroissements	Changement d'échelle		
	Opération de passage Modèles financiers	Mécanisme d'agrégation temporelle	
non i.i.d.	Loi conjointe	$P = \int dP_1 dP_2 \cdots dP_n$	
i. non i.d. **Processus additif**	Produit de convolution Années 2000	$P = P_1 \otimes \cdots \otimes P_n$	
i.i.d. non stable **Processus de Lévy**	Produit de convolution Années 1990	$P = P_1^{\otimes n}$	
i.i.d.-α-stable **Mouvement alpha-stable**	Invariance fractale Benoit Mandelbrot (1962)	$P = a^{1/\alpha} P_1$	
i.i.d.-2-stable **Mouvement brownien**	Invariance fractale Louis Bachelier (1900)	$P = \sqrt{a}\, P_1$	**"Loi en racine carrée du temps"** Jules Regnault (1863)

fondation maison des sciences de l'homme
UNIVERSITÉ PARIS 1 – PANTHÉON - SORBONNE –
Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

Synthèse finale

- Dépasser le relevé de « données » pour retrouver la construction sous les « observations »
  - Les « faits » sont faits
- Garder toujours à l'esprit que d'autres constructions sont possibles
  - Le « donné » est construit

Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH

Synthèse finale

- Analyse critique :
  - Quelle construction a-t-elle été effectuée ?
  - Pour le problème posé, est-ce la bonne construction ?
  - Proposer d'autres constructions
- Coller aux données ne protège pas
  - L'actuaire est responsable de la mesure des risques

Synthèse finale

- Capacité à tenir un tel discours :
  - – Actuariat **+ épistémologie**
  - – Importance de l'épistémologie pour les actuaires
    - Passer du technique à l'humain

Christian Walter,
H&W Conseil – 01 71 70 44 17 – christian.walter@hetwconseil.com
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Chaire Ethique et finance, FMSH